

Tesis doctoral

Estudio teórico del comportamiento no lineal de losas de cimentación. Obtención de un método simplificado para la determinación del coeficiente de balasto y de los esfuerzos en losas de cimentación con geometría regular

**Juan Carlos
Arroyo Portero**

Ingeniero de caminos, canales y puertos

Directores:

Dr. D. Manuel G. Romana García

Dr. D. Francisco Gil Carrillo

Escuela Superior de Arquitectura y Tecnología

Programa de Doctorado en Arquitectura

Madrid, 2017

 **Universidad
Camilo José Cela**



ESCUELA SUPERIOR DE ARQUITECTURA Y TECNOLOGÍA
Programa de doctorado en arquitectura

Tesis doctoral

**ESTUDIO TEÓRICO DEL
COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE
LOSAS DE CIMENTACIÓN.
OBTENCIÓN DE UN MÉTODO
SIMPLIFICADO PARA LA DETERMINACIÓN
DEL COEFICIENTE DE BALASTO Y DE LOS
ESFUERZOS EN LOSAS DE CIMENTACIÓN
CON GEOMETRÍA REGULAR**

Juan Carlos Arroyo Portero
Ingeniero de caminos, canales y puertos

Directores:
Dr. D. Manuel G. Romana García
Dr. D. Francisco Gil Carrillo

Madrid, 2017

A mi familia, Elsa, Mateo, Martina, Jonás y Nora, por los muchos ratos que les he robado de mi tiempo con ellos.

A Emilia, mi madre, a la que esta tesis le hace tanta ilusión como a mí.

Agradecimientos

Esta tesis ha culminado gracias a la ayuda de sus dos directores, Manuel Romana y Francisco Gil. Gracias a ambos por su ayuda técnica y anímica y especiales gracias a Manolo por indicarme el camino hace ya varios años y a Paco por empujarme a seguir.

Gracias a los compañeros de CALTER por dejarme escapar de los problemas de proyecto para poder dedicarle tiempo a esta Tesis, gracias a Darío Valle por ayudarme a *desaparecer* y gracias a Manuel Sierra por su inestimable ayuda con el SOFiSTiK.

Gracias a Jaime Fernández por su continuo empuje.

Gracias a José Pizarro por haberme ayudado en los primeros pasos de la tesis y gracias especiales a Javier Fernández Gramage, el *maestro del laboratorio virtual*, con quien he realizado los *ensayos* de las losas de cimentación que han dado lugar a esta Tesis.

Y Gracias a Elsa Chaves por todo.

Resumen

Los métodos de análisis de losas de cimentación utilizados en la mayoría de los proyectos, desde Winkler hasta hoy, utilizan la hipótesis de relación lineal entre el asiento y la presión, denominada balasto.

También desde hace tiempo, se sabe que esta relación no es cierta ni siquiera en todos los puntos de una misma losa en un terreno homogéneo, cargada con una carga uniforme, porque la relación real entre la presión y el asiento va creciendo del centro a los bordes.

Sin embargo, esta relación se sigue utilizando en el proyecto de estructuras, se sigue demandando un único y muy cuestionado valor al informe geotécnico y se sigue haciendo el cálculo con este número tan poco preciso.

En esta Tesis se pretende abordar el problema del análisis de flexión de las losas de cimentación desde un punto de vista general y suponiendo un comportamiento no-lineal.

Para ello se hace primero un estudio del coeficiente de balasto medio de diferentes estructuras en diferentes suelos; y a continuación se realiza un estudio del comportamiento de losas de cimentación de diferentes dimensiones y sobre diferentes terrenos.

El estudio concluye con la aportación de una fórmula para la obtención del balasto medio y con el establecimiento de dos métodos simplificados de dimensionamiento a flexión que tienen en cuenta, por un lado la deformabilidad del terreno mediante tres variables geotécnicas mucho menos cuestionadas que el balasto (Módulo de deformación E , cohesión c y ángulo de rozamiento φ) y por otro lado tiene en cuenta el comportamiento no lineal imprescindible para acercarse al fenómeno real.

El primero de los métodos simplificados se basa en la metodología de los Pórticos virtuales, pero con sustanciales modificaciones para hacerlo aplicable a losas de cimentación y lo he llamado Método [PVMod].

El segundo de los métodos consiste en utilizar la tan implantada técnica de analizar la losa apoyada sobre un coeficiente de balasto pero modelizando en la losa diferentes zonas con diferentes balastos, en función de su posición relativa y de la presencia o no, cercana o no de cargas puntuales Este método lo he llamado Método del Balasto variable [Método BV]

Abstract

From Winkler to now, raft foundations have mostly been analyzed assuming a linear relation between soil pressure and settlement, called subgrade reaction modulus.

For a substantial amount of time, it has been known that this linear relationship is not true, even in mats over homogeneous soil, loaded with uniform paths, because the modulus grows from the center to the borders. However, this relation is still being used, geotechnical experts are still being asked to provide this one single and very questionable variable, and calculations are still been made with it, despite its lack of precision.

In this Thesis a bending analysis of the raft foundations has been made assuming non-linear behavior not only in the soil but also in the concrete structure.

First of all a study of the average subgrade reaction modulus has been carried out in different soils and different structures; and later, a study of the behavior of raft foundations with different dimensions and different soils has been carried out.

The thesis concludes with a formula to obtain the average subgrade reaction modulus, and with the proposal of two different simplified methods for the mat's bending design.

These two methods consider the soil deformability with three geotechnical variables much more reliable than the subgrade reaction modulus: Elastic modulus E , cohesion c , and friction angle ϕ . Besides that the study has considered the non-linear behavior. Without considering the non-linear behavior it wouldn't be possible to understand the full phenomenon.

The first method is based on the equivalent frame method but with important changes to make it applicable for mats, and it has been named Equivalent Frame Modified Method

The second simplified method uses a very common technique: a subgrade reaction modulus implemented by a lot of software, but with an important difference: several zones with different subgrade reaction modulus have been defined to take into account the different behavior of adjacent areas, or central areas, or border areas or areas below columns or span areas, between columns. This method has been named the Variable Subgrade Reaction Modulus Method.

Índice breve de contenidos

1.	INTRODUCCION. OBJETIVOS. METODOLOGÍA	1
2.	ESTADO DEL ARTE: PARÁMETROS TENSO-DEFORMACIONALES DEL SUELO	9
3.	ESTADO DEL ARTE DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOSAS DE CIMENTACIÓN.....	43
4.	ESTUDIO DEL COEFICIENTE DE BALASTO	81
5.	ANÁLISIS DE LOSAS DE CIMENTACIÓN	145
6.	DOS PROPUESTAS DE MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISIS DE LOSAS DE CIMENTACIÓN.....	221
7.	CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN	229
8.	LISTA DE REFERENCIAS	235

Índice de contenidos

1.	INTRODUCCION. OBJETIVOS. METODOLOGÍA	1
1.1.	Introducción	1
1.2.	Objetivos	2
1.3.	Metodología	5
2.	ESTADO DEL ARTE: PARÁMETROS TENSO-DEFORMACIONALES DEL SUELO	9
2.1.	Módulo de deformación	11
2.1.1.	Ensayos de compresión sin confinar	12
2.1.2.	Ensayos de compresión triaxial	13
2.1.3.	Ensayos in situ	13
2.1.4.	Valores de E.....	14
2.2.	Cohesión y ángulo de rozamiento.....	17
2.3.	Coefficiente de balasto	23
2.3.1.	Valores de k, Coeficiente de Balasto.	27
2.4.	Ecuaciones constitutivas del terreno	34
2.4.1.	Modelo de comportamiento de Mohr Coulomb.....	35
2.4.2.	Modelo de comportamiento de DRUCKER PRAGER	38
3.	ESTADO DEL ARTE DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOSAS DE CIMENTACIÓN.....	43
3.1.	Aproximaciones históricas al cálculo de losas.....	43
3.2.	Modelo de Boussinesq	46
3.3.	Modelo de Winkler	48
3.3.1.	Método acoplado.....	54
3.3.2.	Método pseudo-acoplado	55

3.3.3.	Método pseudo-acoplado II	57
3.4.	Métodos rígidos	58
3.5.	Métodos numéricos	60
3.5.1.	Método de las diferencias finitas	61
3.5.2.	Método de los elementos finitos MEF	62
3.5.3.	Método del emparrillado	63
3.5.4.	Método FGM	63
3.6.	Método de los Pórticos Virtuales	64
3.6.1.	Definición. Nomenclatura	65
3.6.2.	Análisis	66
3.6.3.	Método directo	68
3.6.3.1.	Campo de aplicación	68
3.6.3.2.	Momentos de referencia	68
3.6.3.3.	Reparto del momento de referencia en las dos bandas	69
3.7.	Parámetros que miden la rigidez relativa entre la losa y el terreno	70
3.7.1.	Longitud elástica	70
3.7.2.	Rigidez relativa losa-terreno	73
3.7.3.	Propuesta de rigidez relativa losa-terreno	75
4.	ESTUDIO DEL COEFICIENTE DE BALASTO	81
4.1.	Definición de balasto	81
4.2.	Especificaciones del modelo de análisis	82
4.2.1.	Modelo de análisis	83
4.2.2.	Modelo del suelo	85
4.2.3.	Modelo del hormigón	86
4.2.4.	Influencia de la tensión	87

4.2.5.	Dimensiones del área cargada.....	88
4.2.6.	Canto del cimiento	89
4.2.7.	Carga del cimiento	90
4.2.8.	Dimensiones del modelo de suelo.....	91
4.2.9.	Características de los terrenos analizados.....	93
4.2.10.	Homogeneidad del terreno de cimentación.....	95
4.3.	Análisis de la zapata.....	96
4.3.1.	Zapata sobre terreno homogéneo.....	98
4.3.1.1.	Zapata sobre terreno lineal	99
4.3.1.2.	Zapatas sobre arena ($c=0$)	102
4.3.1.3.	Zapatas sobre arcilla.....	103
4.3.1.4.	Comportamiento de las zapatas discriminado por módulos.....	104
4.3.1.5.	Coefficiente de balasto referido al balasto elástico k_e	106
4.3.1.6.	Expresión simplificada del balasto.....	107
4.3.2.	Zapata sobre terreno heterogéneo.....	110
4.3.2.1.	Zapata sobre terreno lineal	111
4.3.2.2.	Zapata sobre terreno no-lineal.....	112
4.3.2.3.	Coefficiente de balasto referido al balasto elástico k_e	114
4.3.2.4.	Expresión simplificada del balasto.....	115
4.4.	Análisis de la losa	117
4.4.1.	Losa sobre terreno homogéneo.....	118
4.4.1.1.	Losa sobre terreno lineal	119
4.4.1.2.	Losa sobre terreno no-lineal.....	120
4.4.1.3.	Coefficiente de balasto referido al balasto elástico k_e	121
4.4.1.4.	Expresión simplificada del balasto.....	122

4.4.2.	Losa sobre terreno heterogéneo	124
4.4.2.1.	Losas sobre terreno lineal.....	125
4.4.2.2.	Losas sobre terreno no-lineal	127
4.4.2.3.	Expresión simplificada del balasto.....	127
4.5.	Análisis de la placa	129
4.5.1.	Placa sobre terreno homogéneo.	130
4.5.1.1.	Placa sobre terreno lineal	131
4.5.1.2.	Placa sobre terreno no-lineal	132
4.5.1.3.	Coeficiente de balasto referido al balasto elástico k_e	133
4.5.1.4.	Expresión simplificada del balasto.....	133
4.6.	Variaciones del estudio de tipologías de cimentación	135
4.6.1.	Losa flexible y losa rígida.....	135
4.6.2.	Losas de 15 m y 60 m	136
4.6.3.	Balasto vs. ϕ , en función del tamaño del cimiento	137
4.7.	Resumen de las aportaciones originales	140
5.	ANÁLISIS DE LOSAS DE CIMENTACIÓN	145
5.1.	Visión crítica de los métodos existentes	145
5.2.	Método general de análisis.....	146
5.2.1.	Establecimiento de un <i>patrón</i>	146
5.2.2.	Software	147
5.2.3.	Terrenos. Características mecánicas y geométricas.....	149
5.2.4.	Hormigón. Características mecánicas	149
5.2.4.1.	Modelo lineal del hormigón	150
5.2.4.2.	Modelo no lineal de hormigón	150
5.2.5.	Geometría de la losa.....	153

5.2.6.	Superestructura	153
5.2.7.	Cargas	156
5.3.	Modelos de comparación	156
5.3.1.	Modelo de balasto	156
5.3.2.	Modelo de Pórticos virtuales. Método directo	157
5.4.	Casos estudiados	159
5.4.1.	Diferentes tipos de suelo	159
5.4.2.	Espesor de la losa	159
5.5.	Resultados obtenidos del Patrón y del modelo de comparación	160
5.5.1.	Resultados extraídos de cada cálculo	160
5.5.1.1.	Momentos longitudinales absolutos	161
5.5.1.2.	Momentos longitudinales relativos	162
5.5.1.3.	Matriz de balastos	164
5.5.2.	Gráficos de momentos longitudinales	165
5.5.2.1.	Losa de espesor 0,6 m y $E=40.000$ kPa	165
5.5.2.2.	Losa de espesor 0,8 m y $E=40.000$ kPa	167
5.5.2.3.	Losa de espesor 1,0 m y $E=40.000$ kPa	169
5.5.2.4.	Losa de espesor 0,6 m y $E=80.000$ kPa	171
5.5.2.5.	Losa de espesor 0,8 m y $E=80.000$ kPa	173
5.5.2.6.	Losa de espesor 1,0 m y $E=80.000$ kPa	175
5.5.3.	Momento total (en todo el ancho del pórtico) relativo al momento isostático o momento de referencia	177
5.5.3.1.	Momento total en vanos y pilares	177
5.5.3.2.	Equilibrio de los vanos	179
5.5.3.3.	Comparación con el modelo de balasto,	182

5.5.3.4. Ahorro	186
5.5.4. Momento en la banda de pilares relativo al momento total	187
5.5.4.1. Comparación con el modelo de balasto.....	188
5.5.5. Matriz de balasto.....	189
5.5.5.1. Valores de la matriz de balasto en función de la rigidez relativa.....	199
5.5.5.2. Ajuste de los valores de la matriz de balasto	200
5.6. Corrección por borde rígido (muro).....	205
5.6.1. Momento longitudinal total.....	206
5.6.2. Reparto en bandas	207
5.6.3. Equilibrio	208
5.7. Contrastación para luz de 5,0 m.....	209
5.7.1. Momento longitudinal.....	209
5.7.2. Reparto en bandas	210
5.7.3. Equilibrio	211
5.8. Resultados obtenidos con comportamiento lineal del hormigón	213
5.8.1. Momento longitudinal.....	214
5.8.2. Reparto en bandas	215
5.8.3. Equilibrio	216
5.9. Aplicación del método del balasto variable a la losa patrón.....	217
5.9.1. Casos analizados	217
5.9.2. Comparación de resultados con el Patrón	218
5.9.3. Comparación con el método del balasto constante	219
6. DOS PROPUESTAS DE MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISIS DE LOSAS DE CIMENTACIÓN.....	221

6.1. Método de los Pórticos Virtuales Modificado para Losas de Cimentación	
[PVMod]	221
6.1.1. Obtención del balasto medio.....	221
6.1.2. Rigidez relativa k_r	222
6.1.3. Momentos de referencia.....	222
6.1.4. Reparto del momento de referencia en las dos bandas	224
6.2. Método del balasto variable	224
6.2.1. Definición de zonas.....	226
6.2.2. Rigidez relativa $k_{r,k}$	227
6.2.3. Balastos de cada zona	227
7. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN	229
7.1. Método simplificado de cálculo del balasto.....	230
7.2. Métodos simplificados de análisis	232
7.3. Futuras líneas de investigación	233
8. LISTA DE REFERENCIAS	235

Índice de Figuras

Figura 2-1: Relación tensión-deformación obtenida de ensayos en laboratorio. (BOWLES , 2012, p. 122)	12
Figura 2-2: Valores de E [kPa] en función de N.....	15
Figura2-3: Otros Valores de E [kPa] en función de N.....	16
Figura 2-4: Relación E/N vs. Ip ((FRANCH, 2014).....	17
Figura 2-5: Determinación de la cohesión y el ángulo de rozamiento a partir del círculo de Mohr.....	18
Figura 2-6: Densidad y ángulo de rozamiento de suelos (CTE, 2007, p. 122).....	19
Figura 2-7: Explicación simplificada de la diferencia ente módulo de deformación E y coeficiente de balasto k.....	23
Figura 2-8: Influencia del tamaño de la carga en el coeficiente de balasto	24
Figura 2-9: Diferencia conceptual entre una estructura y un suelo	25
Figura 2-10: Ensayos de placa de carga para la determinación de k, para diferentes tamaños de placa (MUZÁS, 2007, p. 608).....	26
Figura 2-11: Recta de comportamiento de un suelo de Mohr-Coulomb	36
Figura 2-12: Superficie de fluencia de Mohr-Coulomb.....	37
Figura 2-13: Evolución del asiento vs. precisión del análisis. Ensayos realizados en una zapata de 2x2	39
Figura 3-1: Equilibrio entre acciones y tensiones en una estructura de cimentación infinitamente rígida (CALAVERA, 2015, p. 239)	43
Figura 3-2: Posibles leyes de flexión a) o b) en una losa, en función de las rigideces de cimiento y terreno.	44
Figura 3-3: Carga vertical aislada en el semiespacio de Boussinesq (tomada de www.geosuite3d.com)	47

Figura3-4: Tensiones verticales. (JIMÉNEZ SALAS, 1976, p. 216)	48
Figura 3-5: A igualdad de carga, cimientos con diferentes dimensiones tiene diferentes asientos.....	49
Figura 3-6: Forma de la distribución de asiento, momentos y cortantes en una viga flotante, (HETENYI, 1946, p. 104).....	52
Figura 3-7: Relación tensión deformación de un suelo y simplificación del balasto	53
Figura 3-8: Asiento de una losa. Izda.: aproximación de Winkler. Dcha: real.....	53
Figura 3-9: Modelización de la interacción suelo-estructura utilizando muelles acoplados (ACI, 1998, p. 16).....	55
Figura 3-10: Losa dividida en zonas para aplicar el método pseudoacoplado (CODUTO, 2016, p.361)	56
Figura 3-11: Valores de balasto para diferentes formas de losa (DE MIGUEL, 2011, p. 59).	58
Figura 3-12 Distintas distribuciones simplificadas de presiones (MORÁN, 207, p. 389)	59
Figura 3-13: Distribución de presiones bajo una losa en función de la rigidez del suelo.(CODUTO, 2016, p. 356).....	60
Figura 3-14: consideración de una losa como una sucesión de bandas. (POULOS, 2000, fig. 12).....	65
Figura 3-15 Definición de recuadro, bandas y pórtico virtual (MORÁN, 2007, p. 417)	66
Figura 3-16: Ley (obtenida con un programa de ordenador) de momentos flectores en dirección x suponiendo un comportamiento elástico.....	67
Figura 3-17: Ley (obtenida con un programa de ordenador) de momentos flectores en dirección x supuesta en el método de los pórticos virtuales.	67
Figura3-18: Nube de posibles valores de la longitud elástica, en m, en función del canto de la losa, para los rangos de valores expuestos.....	71

Figura 3-19: Variación de los esfuerzos y deformaciones en una losa sometida a una carga puntual en su extremo. η_1 cortante; η_2 giros; η_3 asientos; η_4 flectores. (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 153)	71
Figura 3-20: Variación de los Flectores f_M y de las presiones bajo la losa f_p , bajo el pilar y entre pilares. (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 155)	72
Figura 3-21: Nube de posibles valores de la rigidez relativa k_r en función el canto, para un abanico habitual de datos (E_g entre 20.000 y 150.000 kPa; B entre 5,0 y 10,0 m).....	74
Figura3-22: Nube de posibles valores de la rigidez relativa k_r en función del canto, para un abanico habitual de datos en zapatas (E_g entre 20.000 y 150.000 kPa; B entre 2,50 y 6,0 m).	75
Figura3-23: Nube de valores de k_r vs. Luz, para un rango de valores habitual.....	77
Figura: 4-1 Influencia del tamaño del elemento. Para una precisión de 12 (elemento de 8 cm) la diferencia de asiento es del 1%	84
Figura 4-2: Estrategias de disminución del número de elementos. Doble simetría del modelo completo.....	84
Figura 4-3: Estrategias de disminución del número de elementos. Tamaño creciente del elemento con la profundidad, allí donde la variación de efectos (tensiones y deformaciones) es mucho menor	85
Figura 4-4: Precisión del modelo Mohr-Coulomb. No se apreciaba convergencia del asiento para precisiones importantes. Se mantiene un 10% de variación entre el cálculo con una precisión de 10 y de 11.	86
Figura 4-5: Interpretación errónea del balasto. La longitud de la columna afectada está relacionada con el bulbo y no depende de la tensión, aunque lo parezca, depende del tamaño del área cargada.....	87
Figura 4-6: Asiento en la losa	90

Figura 4-7: Modelización de un terreno con muelles para tener en cuenta su interacción vertical (CODUTO, 2016, p. 360)	92
Figura 4-8: Determinación del tamaño del modelo del suelo	92
Figura 4-9: Modelos SOFiSTiK de la placa, la zapata y la losa	93
Figura 4-10: Variación de asiento entre el centro la esquina.....	96
Figura 4-11: Efecto de la rigidez en el asiento y la tensión.....	97
Figura 4-12: Modelo de la zapata con simetría doble.....	97
Figura 4-13: Bulbo de tensiones de la zapata, que alberga las tensiones mayores del 10% de la tensión media en el contacto.	98
Figura 4-14: Tensiones bajo una zapata. Bulbo de tensiones. [BOWLES, 2012, p. 292).....	101
Figura 4-15: Análisis simplificado de las tensiones bajo una carga, en un terreno elástico. (DE MIGUEL, 2011, p. 53).....	102
Figura 4-16: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre arenas	103
Figura4-17: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas	104
Figura 4-18: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas. Modulo de terreno $E= 5.000 \text{ kPa}$	105
Figura 4-19: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas. Módulo de terreno $E= 40.000 \text{ kPa}$	106
Figura 4-20: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas. Módulo de terreno $E= 80.000 \text{ kPa}$	106
Figura 4-21: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento ϕ ..	107
Figura4-22: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.	109

Figura 4-23: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo. Módulo de terreno $E= 80.000$ kPa	113
Figura 4-24: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo. Módulo de terreno $E= 40.000$ kPa	113
Figura 4-25: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo. Módulo de terreno $E= 5.000$ kPa	114
Figura 4-26: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento φ ...	115
Figura 4-27: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.	116
Figura 4-28: Variación de asiento entre el centro la esquina.....	117
Figura 4-29: Coeficientes de balasto de los modelos de losa $30,0 \times 30,0$	121
Figura 4-30: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento φ ..	122
Figura 4-31: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.	124
Figura 4-32: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.	128
Figura 4-33: Coeficientes de balasto de los modelos de placa $0,30 \times 0,30$	132
Figura 4-34: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento φ ..	133
Figura 4-35: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.	134
Figura 4-36: Forma de asiento de la losa y diferencia de asiento entre los diferentes puntos de la losa.	135
Figura 4-37: Asiento que se producirá si la tensión bajo la losa fuese uniforme, en cuyo caso podría suponerse equivalente a una losa de piso.	136

Figura 4-38: Variación de los términos de la ecuación de variación del balasto en función de la dimensión del cimientto	138
Figura 4-39: Variación logarítmica de los términos de la ecuación de variación del balasto en función de la dimensión del cimientto	139
Figura 4-40: Variación del balasto medio, con el ángulo de rozamiento, para diferentes valores de la cohesión. Valores para una losa sobre terreno homogéneo	140
Figura 5-1: Software de cálculo utilizado. Portada de uno de sus módulos: [HASE Half Space].....	147
Figura 5-2: Ecuación constitutiva elástica (Manual del SOFiSTiK Modulo AQUA, 2012). 150	
Figura5-3: Ecuación constitutiva del hormigón a compresión.	151
Figura 5-4: Ecuación constitutiva del hormigón a tracción	152
Figura 5-5: Interacción suelo-superestructura (HORVATH, 2002, p. 10).	154
Figura 5-6: Nomenclatura y dibujo de momentos en la losa. a) Criterio de signos universal de los momentos flectores; b) criterio de dibujo de esta Tesis	161
Figura 5-7: Ejemplo de gráfico de momentos totales y en bandas de uno de los casos analizados.....	162
Figura5-8: Ejemplo de gráfico de Momentos totales relativos al Momento isostático y Momentos en Bandas relativos al Momento total.....	163
Figura 5-9: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN	165
Figura 5-10: Momentos en banda de pilares relativos al momento total.....	166
Figura5-11: Momentos en banda central relativos al momento total	166
Figura 5-12: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN	167
Figura 5-13: Momentos en banda de pilares relativos al momento total	167
Figura5-14: Momentos en banda central relativos al momento total	168
Figura 5-15: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN	169

Figura 5-16: Momentos en banda de pilares relativos al momento total	169
Figura5-17: Momentos en banda central relativos al momento total	170
Figura 5-18: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN	171
Figura 5-19: Momentos en banda de pilares relativos al momento total	171
Figura5-20: Momentos en banda central relativos al momento total	172
Figura 5-21: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN	173
Figura 5-22: Momentos en banda de pilares relativos al momento total	173
Figura5-23: Momentos en banda central relativos al momento total	174
Figura 5-24: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN	175
Figura 5-25: Momentos en banda de pilares relativos al momento total	175
Figura5-26: Momentos en banda central relativos al momento total	176
Figura 5-27: Momentos relativos en función del coeficiente de rigidez k_r	178
Figura 5-28: Momentos relativos en función del Cociente de rigidez k_r y sus líneas de ajuste	179
Figura 5-29: Variación del equilibrio con la rigidez relativa, para diferentes vanos.....	181
Figura 5-30: Evolución de los momentos en vanos y pilares	182
Figura 5-31: Ajuste de los momentos en vanos y pilares en función dela rigidez elativa suelo- cimiento.....	183
Figura 5-32: Evolución de los momentos en vanos y pilares según el modelo Patrón y el modelo simplificado.....	184
Figura 5-33:Equilibrio de los vanos cuando se usa l método simplificado	185
Figura 5-34: Equilibrio de los vanos cuando se usan o el método simplificado o el método Patrón	186
Figura 5-35: Ahorro provocado por el método Patrón respecto de la armadura estricta calculada por el método simplificado	187

Figura 5-36: Momento en banda de pilares, relativo al total	187
Figura: 5-37 Reparto de Momento total a la Banda de pilares, en función de la rigidez relativa. Calculado con el modelo simplificado.....	188
Figura5-38: Comparación entre método general y método simplificado	189
Figura5-39: Valores del balasto en cada zona, referidos a la rigidez relativa	199
Figura 5-40: Comparación de momentos longitudinales . Modelos con borde libre o con muro en el borde.....	206
Figura 5-41: Comparación de reparto por bandas. Modelos con borde libre o con muro en el borde.	207
Figura 5-42: Comparación del equilibrio en vanos. Modelos con borde libre o con muro en el borde.	208
Figura5-43: Comparación de momentos longitudinales . Modelos con L= 5 m	209
Figura 5-44: Ley de momentos máximos en la losa (relativos al isostático) para una luz de 5,0 m y diferentes rigideces relativas k_r	210
Figura 5-45: Comparación de reparto por bandas. Modelos con Luz de 8,0 y de 5,0 m.....	211
Figura 5-46: Comparación del equilibrio en vanos. Modelos con luz de 8 ò 5 m.	212
Figura 5-47: Expresión gráfica del valor del equilibrio para momentos de distinto signo ($k_r < 4$).....	212
Figura5-48: Expresión gráfica del valor del equilibrio para momentos del mismo signo ($k_r > 4$)	213
Figura 5-49: Comparación de momentos longitudinales. Modelos con hormigón no-lineal o con hormigón lineal.	214
Figura 5-50 Comparación de reparto por bandas. Modelos con hormigón lineal o no lineal.	215

Figura 5-51 Comparación del equilibrio en vanos. Modelos con hormigón lineal o no lineal.	216
Figura 5-52 Comparación de momentos longitudinales obtenidos con el método del Balasto Variable (puntos) y con los modelos Patrón	218
Figura 5-53: Comparación de momentos longitudinales obtenidos con el método del Balasto Variable (puntos) y con el método del balasto constante	219
Figura 6-1: Momentos representativos totales, relativos al isostático	223
Figura 7-1: Variación del balasto medio en placa, con el ángulo de rozamiento, para diferentes valores de la cohesión.	231

Índice de Tablas

Tabla 2-1: Valores de c y ϕ según la clasificación USCS (Fuente http://www.geotechdata.info/index.html)	21
Tabla 2-2: Valores estimados de cohesión y fricción del suelo basados en el número de golpes -sin corregir- del SPT. Karol (1960) (FRANCH, 2014).....	22
Tabla 2-3: Valores habituales de c y ϕ , de diversos suelos comunes.	22
Tabla 2-4: Valores de ϕ vs. N , (AASHTO, 2012, p. 16)	23
Tabla 2-5: Valores de balasto k_{30} propuestos por Muzás (MUZÁS, 2007, p. 609).....	28
Tabla 2-6: Propuesta de TERZAGHI para suelos arcillosos	28
Tabla 2-7: Propuesta de TERZAGHI para suelos arenosos.....	29
Tabla 2-8: Valores de balasto s/ Calavera (GALINDO, 2015).....	31
Tabla 2-9: Valores de balasto s/ Das (GALINDO, 2015).....	32
Tabla 2-10: Valores de balasto s/ Rodríguez Ortiz (GALINDO, 2015).....	32
Tabla 2-11: Valores de balasto s/ Rodríguez Ortiz (cortesía de Rubén Galindo GALINDO, 2015)	33
Tabla 3-1: Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_o	69
Tabla 3-2: Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas..	70
Tabla 4-1: Valores del balasto en cimientos con diferente tensión media.....	88
Tabla 4-2: Valores de asiento y tensión para zapata en arenas	98
Tabla 4-3: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 5.000$ kPa.....	99
Tabla 4-4: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 40.000$ kPa.....	99
Tabla 4-5: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 80.000$ kPa.....	99
Tabla 4-6: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico	99

Tabla 4-7: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata	100
Tabla 4-8: Asiento y tensión para zapata en arenas, en terreno heterogéneo	110
Tabla 4-9: Asiento y tensión para zapata en arcillas, E= 5.000 kPa., en terreno heterogéneo	110
Tabla 4-10: Asiento y tensión para zapata en arcillas, E= 40.000 kPa., en terreno heterogéneo	111
Tabla 4-11: Asiento y tensión para zapata en arcillas, E= 80.000 kPa., en terreno heterogéneo	111
Tabla 4-12: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico en terreno heterogéneo	111
Tabla 4-13: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata, en terreno heterogéneo	111
Tabla 4-14: Valores de asiento y tensión para zapata en arenas.....	119
Tabla 4-15: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 5.000 kPa.....	119
Tabla 4-16: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 40.000 kPa.....	119
Tabla 4-17: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 80.000 kPa.....	119
Tabla 4-18: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico	120
Tabla 4-19: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata	120
Tabla 4-20: Asiento y tensión para losas en arenas, en terreno heterogéneo	125
Tabla 4-21: Asiento y tensión para losas en arcillas, E= 5.000 kPa., en terreno heterogéneo	125
Tabla 4-22: Asiento y tensión para losas en arcillas, E= 40.000 kPa., en terreno heterogéneo	125

Tabla 4-23: Asiento y tensión para losas en arcillas, $E= 80.000 \text{ kPa}$., en terreno heterogéneo	125
Tabla 4-24: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico en terreno heterogéneo	126
Tabla 4-25: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la losa, en terreno heterogéneo	126
Tabla 4-26: Valores de asiento y tensión para zapata en arenas.....	130
Tabla 4-27: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 5.000 \text{ kPa}$	130
Tabla 4-28: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 40.000 \text{ kPa}$	131
Tabla 4-29: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 80.000 \text{ kPa}$	131
Tabla 4-30: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico	131
Tabla 4-31: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata	131
Tabla 4-32: Vales de Balasto elástico en losas de 15×15 y $30 \times 30 \text{ m}$	136
Tabla 5-1: Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_0	158
Tabla 5-2: Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas	158
Tabla 5-3: Matriz de balastos reales de un cuarto de losa. (En gris los pilares. Los bordes libres son el superior y el derecho, los otros dos bordes son los bodes de la simetría) .	164
Tabla 5-4: Matriz de balastos reales relativos al balasto medio, de un cuarto de losa. (En gris los pilares. Los bordes libres son el superior y el derecho, los otros dos bordes son los bodes de la simetría)	190
Tabla 5-5: Tabla de balstos relativos en un caso de cálculo Patrón. Los colores diferencian zonas de balasto aproximadamente homogéneo.	191
Tabla 5-6: Balasto promedio por zonas . $e=0,6\text{m}$; $E=40.000 \text{ KPa}$ ($c= 0$; $\phi=25^\circ$).....	192

Tabla 5-7: Balasto promedio por zonas . $e=0,8\text{m}$; $E=40.000\text{ KPa}$ ($c= 0$; $\phi=25^\circ$).....	193
Tabla 5-8: Balasto promedio por zonas . $e=1,0\text{ m}$; $E=40.000\text{ KPa}$ ($c= 0$; $\phi=25^\circ$).....	194
Tabla 5-9: Balasto promedio por zonas . $e=0,6\text{m}$; $E=80.000\text{ KPa}$ ($c= 0$; $\phi=25^\circ$).....	195
Tabla 5-10: Balasto promedio por zonas . $e=0,8\text{m}$; $E=80.000\text{ KPa}$ ($c= 0$; $\phi=25^\circ$).....	196
Tabla 5-11: Balasto promedio por zonas . $e=1,0\text{m}$; $E=80.000\text{ KPa}$ ($c= 0$; $\phi=25^\circ$).....	197
Tabla 5-12: Zonas de diferenciación del balasto	198
Tabla 5-13: Nomenclatura de las zonas de balasto.....	199
Tabla 5-14: Coeficientes multiplicadores del coeficiente de balasto según las zonas.....	204
Tabla 6-1: Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_0	223
Tabla 6-2: Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas	224
Tabla 6-3: Zonas de balasto diferente	226
Tabla 6-4: Nomenclatura de las zonas de balasto y dimensiones.....	226
Tabla 6-5: Coeficientes multiplicadores del coeficiente de balasto según las zonas.....	227

1. INTRODUCCION. OBJETIVOS. METODOLOGÍA

La inquietud que lleva a escribir esta tesis nace de numerosas discusiones sobre la determinación de los parámetros que definen el comportamiento del suelo y el método de cálculo apropiado para una losa de cimentación o una solera, que también deberían calcularse.

El problema nace de la lucha entre la necesidad de simplificar la realidad para poder abordarla, frente a la necesidad de precisión que tiene el ingeniero debido al compromiso de garantizar la seguridad y la economía adquirido con la sociedad.

1.1. Introducción

El análisis de la interacción suelo-estructura (SSI), utilizando modelos matemáticos simplificados para entender el comportamiento de las losas de cimentación se remonta al siglo XIX cuando Boussinesq publica la expresión matemática abstracta de la relación entre las deformaciones y tensiones del suelo y la estructura. Este uso de los modelos del suelo es anterior, en bastantes décadas, a la evolución de la ingeniería geotécnica moderna lo que indica claramente el interés y la importancia de este tema para los ingenieros civiles.

Por desgracia, los rápidos avances en potencia de cálculo que se han producido en los últimos 30 años no se han utilizado ventajosamente para mejorar esta metodología analítica ahora antigua. Los ingenieros geotécnicos y estructurales han seguido utilizando de forma masiva y rutinaria la hipótesis de Winkler, que considera constante la relación entre la tensión del terreno y el asiento de la estructura (coeficiente de balasto) en prácticamente todas las aplicaciones de SSI (*Soil structure interaction*) a pesar de que adolece del defecto fundamental de no tener en cuenta ni la influencia del terreno

adyacente, ni la variabilidad del balasto en los diferentes puntos de una misma cimentación, ni el comportamiento no-lineal del suelo, lo cual provoca leyes de esfuerzos erróneas y predicciones de asientos también erróneas, incluso contrarias.

Las modernas técnicas de modelado permiten, con el software adecuado y el tiempo suficiente introducir modelos complejos que permitirían ajustar mucho más el proyecto a la realidad. Sin embargo, aún, este tipo de técnicas están reservadas a proyectos especiales y en el día a día se siguen utilizando los actuales métodos simplificados, manifiestamente mejorables.

1.2. Objetivos

Esta Tesis pretende ahondar en el comportamiento de la interacción suelo-estructura de losas de cimentación teniendo en cuenta las necesidades no cubiertas por los métodos simplificados actuales:

- La influencia del suelo adyacente
- La relación no-lineal entre tensiones y deformaciones del suelo (no-linealidad del terreno)
- La relación no-lineal de las tensiones y deformaciones en el hormigón de la estructura.

A partir de este estudio en profundidad de la estructura y el suelo, esta Tesis pretende extraer patrones de comportamiento de las losas que nos permitan formular un método simplificado que sea más fiel al comportamiento real que los actuales métodos de balasto constante utilizados para proyectar.

En primer lugar la Tesis pretende ahondar en la definición del coeficiente de balasto desde un punto de vista moderno, es decir teniendo en cuenta las no linealidades del suelo y del hormigón de la losa.

Hasta ahora, partiendo de los estudios de Terzaghi (TERZAGHI 1955 pp. 297 a 326 y 1996) y de los ensayos de placa de caga que permiten obtener el balasto k_{30} , se han extrapolado los valores del coeficiente de balasto para estructuras de otras dimensiones (fundamentalmente zapatas) teniendo en cuenta únicamente ecuaciones elásticas y, en el mejor de los casos, alguna observación empírica.

Esta Tesis tiene como primer objetivo (abordado en primer lugar) proporcionar un método de determinación del coeficiente de balasto (en adelante *balasto* a secas) de una estructura, entendiendo éste como el cociente entre la tensión media y el asiento medio y teniendo en cuenta las condiciones más reales posibles del terreno y la estructura, fundamentalmente sus no linealidades.

Las expresiones buscadas deben tener en cuenta las dimensiones del área cargada: así deben poder diferenciar entre placas de carga, zapatas y losas, separadas estas tres tipologías por un orden de magnitud en la dimensión.

Y las expresiones buscadas deben también contemplar la caracterización de los terrenos. Para ello se a buscado describir los terrenos con las características intrínsecas más comunes que permiten valorar la inmensa mayoría (si no la totalidad) de los suelos existentes: el módulo de deformación, el ángulo de rozamiento y la cohesión.

El segundo objetivo que se aborda es la obtención de unos criterios de cálculo y armado de losas de cimentación que sean acordes a su comportamiento real. Hasta ahora la estrategia de cálculo universalmente aceptada y errónea (como se demostrará) es el análisis mediante el uso del coeficiente de balasto constante a partir del cual se obtienen unos esfuerzos para los que lo losa se arma. Con este tradicional método, ni el coeficiente de balasto utilizado ha tenido en cuenta el comportamiento real del terreno bajo la losa, ni el balasto bajo una losa es constante, ni los esfuerzos obtenidos son parecidos a los que realmente tiene la losa.

Por tanto, esta Tesis tiene como objetivo principal, abordado en segundo lugar, el establecimiento de unos criterios de análisis y armado que permitan tener en cuenta todas las consideraciones importantes que afectan a los esfuerzo de la losa, como son, las condiciones no lineales reales del suelo, la geometría de la estructura y la capacidad deformacional del suelo bajo la losa.

El segundo objetivo, concretamente, es la obtención de un método simplificado que contemple una estrategia de dimensionado similar a la utilizada durante muchos años en el dimensionamiento de losas de piso (ACI, 2011, §13.6 y §13.7): el método de los pórticos virtuales. Su estrategia formal aplicada a losas de cimentación se considera un importante avance en el proyecto de este tipo de estructuras.

Y, finalmente el tercer objetivo es la determinación del balasto real bajo una losa de cimentación de geometría regular. Téngase en cuenta que bajo una losa existen muy diferentes condiciones de tensión y asiento lo que da lugar a un coeficiente de balasto diferente punto a punto de la losa.

Si se conociera el balasto real en cada metro cuadrado de una losa de cimentación podría hacerse un cálculo convencional de coeficiente de balasto pero con el balasto real en cada punto lo que conduciría a conocer de forma precisa el comportamiento de la losa.

El tercer objetivo, concretamente, es el establecimiento de un criterio de obtención de balasto por zonas a partir del cual se pueda hacer un análisis lineal convencional que permita conocer los esfuerzos reales en la losa. Este coeficiente de balasto depende de las zonas de la losa y depende también de la rigideces del suelo y de la losa.

En todos los casos, la determinación del balasto y de los métodos simplificados lo han sido para una estructura de geometría regular bajo un suelo homogéneo.

1.3. Metodología

Para el desarrollo de esta Tesis se va a utilizar un modelo *patrón*, analizado con un cálculo no-lineal del terreno y del hormigón.

Y se van a desarrollar, a modo de ensayos, diferentes cálculos patrón variando las características de los suelos (tomando variaciones usuales de los parámetros de uso común en la definición mecánica del terreno) y variando los espesores de la estructura y sus dimensiones.

Los resultados obtenidos se analizan intentando encontrar sus leyes de comportamiento, mediante la obtención de variables independientes reducidas que permiten adimensionalizar los resultados, la parametrización de dichos resultados y la comparación con los métodos actuales.

Con estas estrategias se han analizado los coeficientes de balasto y la flexión de las losas:

- El coeficiente de balasto medio en losas de cimentación (estructuras de decenas de metros) en zapatas (varios metros) y placas de carga (varios decímetros) teniendo en cuenta las características geomecánicas habituales de un terreno (módulo E , cohesión c y ángulo de rozamiento ϕ).
- Los esfuerzos de flexión en losas de cimentación que serán función del balasto medio obtenido en el punto anterior y que también parecen claramente depender de la rigidez relativa de la losa respecto al terreno de apoyo. Se han utilizado:
 - diferentes espesores de losa,
 - diferentes terrenos (con diferente E , c y f)
 - diferentes luces
 - Se ha comprobado la solución introduciendo comportamiento lineal del hormigón.

- Se han estudiado los casos de borde libre y bode con muro, que permiten conocer el comportamiento de casos muy habituales en losas de cimentación.
- Se han analizado casos extremos de rigidez muy grande del terreno en relación con losa y viceversa.

Las expresiones, tanto para el cálculo del balasto medio como para los esfuerzos en la losa y la obtención de los balastos variables bajo la losa, se han obtenido con la siguiente metodología:

- “Adimensionalización” de los resultados, es decir, entender los resultados dependientes de diversas variables que retiradas es decir, dispuestas en el denominador, permiten obtener valores relativos que dejan al descubierto las verdaderas relaciones.
- Una vez extraídos los valores relativos se ha comprobado en la mayoría de los casos, la adecuación de las variables a sencillas leyes a veces incluso lineales.
- Cuando la ley claramente no es lineal se ha obtenido la función polinómica o logarítmica de ajuste más apropiada para cada variable. En la mayoría de los casos, la variable R^2 que indica el ajuste de los resultados a la función tiene un valor entre 0,75 y 0,99

El cuerpo de la Tesis se desarrolla en los capítulos 2 a 5.

Los capítulos 2 y 3 desarrollan el Estado del arte tanto de la determinación de los parámetros mecánicos del terreno como de los modelos de análisis estructural que se han venido utilizando hasta la fecha.

El capítulo 4 desarrolla el estudio de la determinación del coeficiente de balasto medio de diferentes tipologías de cimentación concluyendo con varias fórmulas que van a

permitir determinarlo para zapatas y losas bajo diferentes tipos de terreno, teniendo en cuenta, de forma singular y específica en esta tesis el comportamiento no lineal del conjunto.

El capítulo 5 desarrolla el estudio de las leyes de flexión de losas en función de los tipos de suelo y diferentes espesores de losa. En este capítulo se extraen conclusiones sobre las variaciones de las leyes de flectores en función de la rigidez losa-terreno.

En los capítulos posteriores 6 y 7 se enuncian los avances y se plantean las futuras líneas de investigación.

Referencias citadas

ACI Committee 318, 2011. *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*

AMERICAN Concrete

Terzaghi, K. 1955. *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. *Geotechnique*, 5(4), 41-50.

Terzaghi, K. Peck, R; Mesri, 1996. G. *Soil mechanics in engineering practice*. Ed. John Wiley and Sons Ltd; Edición: 3 Rev

2. ESTADO DEL ARTE: PARÁMETROS TENSO-DEFORMACIONALES DEL SUELO

A efectos del análisis de la interacción losa-terreno de una estructura interesa conocer el comportamiento tenso-deformacional del suelo, pues esta interacción se suele desarrollar en el campo estructural con métodos estructurales y esos métodos necesitan una ecuación de comportamiento que tenga como variable independiente un parámetro relacionado con la deformabilidad.

En este sentido hay varias variables principales involucradas: el módulo de deformación, el coeficiente de Poisson y una propiedad indirecta y muy utilizada, el módulo de balasto (se verá el origen del concepto en el § 2.4). Y, como veremos más adelante, hay otras variables que indirectamente afectan a dicho comportamiento, la cohesión y el ángulo de rozamiento.

El endémico problema de entendimiento entre estructuras y geotecnia tiene su origen, entre otros motivos, en la complicación de tener una curva tensión-deformación del terreno. Esto es debido a diversas razones, porque las arenas y las arcillas se comportan de muy distinta forma, porque las arcillas cambian su estado con el tiempo y la humedad, porque la curva depende de un desviador, porque el comportamiento depende del drenaje, de su nivel de compactación, de la historia previa de precargas del terreno, etc.

La geotecnia está más acostumbrada a ofrecer a los ingenieros estructurales una tensión admisible y su acercamiento a las deformaciones es a través del asiento (que es la conclusión, y que en realidad está más relacionado con el balasto que con el módulo de deformación).

En esta Tesis nos vamos a referir a asientos verticales, que son los usualmente involucrados con el comportamiento de losas.

Los asientos pueden ser de varios tipos:

- Instantáneos: Son los provocados en suelos granulares y en suelos arcillosos secos.
- A largo plazo o asientos de consolidación (hay otros llamados de fluencia lenta):
Son los provocados por la consolidación según se van drenando el agua intersticial y se van reduciendo los poros. Es un comportamiento típico de las arcillas saturadas

Para la determinación de asientos hay varios métodos (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, pp 64-68) entre los que destacan, por su interés para esta tesis el elástico y el de las ecuaciones constitutivas.

- Los métodos derivados de la teoría de la consolidación de Terzaghi (1925) como el de Skempton-Bjerrum citados por Ortiz (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 64).
- Los basados en la aplicación de trayectorias de tensiones, como el de Lambe (1964) y el de Ladd y Foote (1974) (citados por Ortiz (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 64).
- Los que asimilan el terreno a un medio elástico eventualmente no lineal o anisótropo.
- Los que parten de ecuaciones constitutivas (σ - ε) aproximadas del terreno y las aplican a modelos numéricos (MEF por ejemplo)

Los modelos numéricos de comportamiento del suelo deben cumplir dos características: ser suficientemente representativos y que se puedan obtener unos valores con una precisión razonable. En ese sentido, las variables que esta tesis propone utilizar son el Módulo, la cohesión y el ángulo de rozamiento que son los valores más conocidos del suelo, después de la tensión admisible y además su determinación suele ser bastante

fiable. No ocurre así con el coeficiente de balasto y esta es una de las razones de ser de esta tesis.

2.1. Módulo de deformación

El acercamiento al comportamiento estructural del conjunto suelo-cimiento suele hacerse mediante modelos numéricos que pretenden asimilar el suelo a un material estructural.

Acercándose al problema de esta forma, buscar una ecuación constitutiva tensión-deformación del suelo es la estrategia más evidente.

Y para ello se necesita definir un módulo de elasticidad, que relacione la tensión con la deformación. Esta relación se realiza a nivel diferencial, es decir, es la relación entre la tensión de una partícula de terreno y su deformación relativa. Mantener la atención en la palabra deformación, pues si se cambia por asiento, el cociente cambia su nombre por balasto y el fenómeno, engañosamente parecido, resulta ser notablemente diferente.

En el caso de arcillas, que el comportamiento depende en gran medida del grado de humedad del terreno y del grado de consolidación, en los problemas que atañen a esta tesis, se considerarán los estados a tiempo infinito.

Se puede encontrar un completo e interesante estudio teórico sobre elasticidad en suelos en González Vallejo (GONZALEZ VALLEJO, 2002).

El módulo de deformación, se utiliza en los llamados *modelos elásticos* de Boussinesq (1885) y se puede obtener de varias formas (BOWLES, 2012, pp. 313-314)

- Ensayo de compresión sin confinar
- Ensayo de compresión triaxial
- Ensayos In situ : SPT, CPT

2.1.1. Ensayos de compresión sin confinar

En los ensayos de laboratorio se obtienen las gráficas de la siguiente figura.

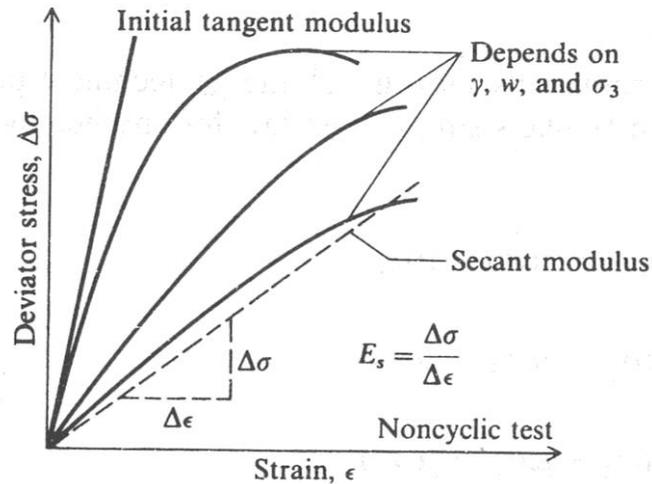


Figura 2-1: Relación tensión-deformación obtenida de ensayos en laboratorio. (BOWLES, 2012, p. 122)

Es habitual utilizar el módulo tangente inicial porque:

- El suelo es elástico solo para tensiones pequeñas, cerca del origen
- Hay menos diferencias con los demás valores en ese punto
- Se obtienen valores entre 3 y 5 veces mayores que los módulos tangente o secante
- Los valores así obtenidos se parecen más a los obtenidos de ensayos *in situ*

Estos ensayos suelen dar valores conservadores de E; es decir, los valores obtenidos (usualmente el módulo tangente) son pequeños, resultando valores de asientos elásticos mayores a los reales medidos.

Predecir un asiento excesivamente grande puede ser un problema pues implica que la selección del tipo de cimiento puede ser errónea y elegir soluciones profundas cuando podrían ser válidas soluciones someras.

2.1.2. Ensayos de compresión triaxial

Estos ensayos arrojan valores más reales (mayores) de E , para cualquier presión de confinamiento.

Otros factores como el tipo de ensayo triaxial también influyen en el resultado. Los valores también tienden a ser conservadores pero no tanto como en el caso del ensayo a compresión sin confinar.

Esta observación se sostiene con los ensayos de Crawford y Burn (1962) (BOWLES, 2012, p. 314) donde el E determinado in situ es entre 4 y 13 veces mayor que el determinado en laboratorio en el ensayo de q_u y 1,5 veces mayor que el determinado en triaxiales.

2.1.3. Ensayos in situ

Estos ensayos son los SPT o CPT y necesitan una correlación empírica para poder obtener E_c .

La anisotropía, la consolidación, la cementación natural, son factores muy significativos en la determinación de E_c , especialmente en suelos poco cohesivos. En estos suelos, la poca cohesión adquirida con el paso del tiempo se pierde si se extraen probetas para su análisis en laboratorio.

Las pruebas de laboratorio para la determinación de E son costosas y no muy precisas debido a la alterabilidad de las muestras. Por ello, los métodos indirectos con SPT o CPT son los más usados

Además de su variación con cada tipo de suelo y de ensayo, los valores de E , dependen también de:

- Densidad del suelo. Una mayor densidad supone un mayor módulo y esto implica una variación en la profundidad.
- Contenido de agua. El suelo con menos contenido de agua es más rígido.

2.1.4. Valores de E

En la bibliografía se encuentran valores predefinidos del Módulo en función del tipo de suelo o de otros parámetros mejor conocidos.

- Bowles (BOWLES, 2012, p. 125)

ARCILLA	E [MPa]
blanda	5-25
media	15-50
dura	50-100
arenosa	25-250
ARENA	
suelta	5-25
densa	50-80
ARENA/GRAVA	
suelta	50-100
densa	100-200

Y en función del SPT:

Suelo	N55=SPT [kPa]	CPT [MPa] q _c [MPa]
Arenas normalmente consolidadas	500 (N+15) 7000 N ^{0.5}	3 q _c
Arenas saturadas	250 (N+15)	5 q _c
Arenas (Japanese code)	2800 N	
Arenas sobreconsolidadas	40000+1050N	15q _c
Arena con gravas	1200 (N+6)	
Arena arcillosa	320 (N+15)	5 q _c
Limo	300 (N+6)	2,5 q _c

Si se disponen los valores de la tabla en un gráfico en función de N se obtiene:

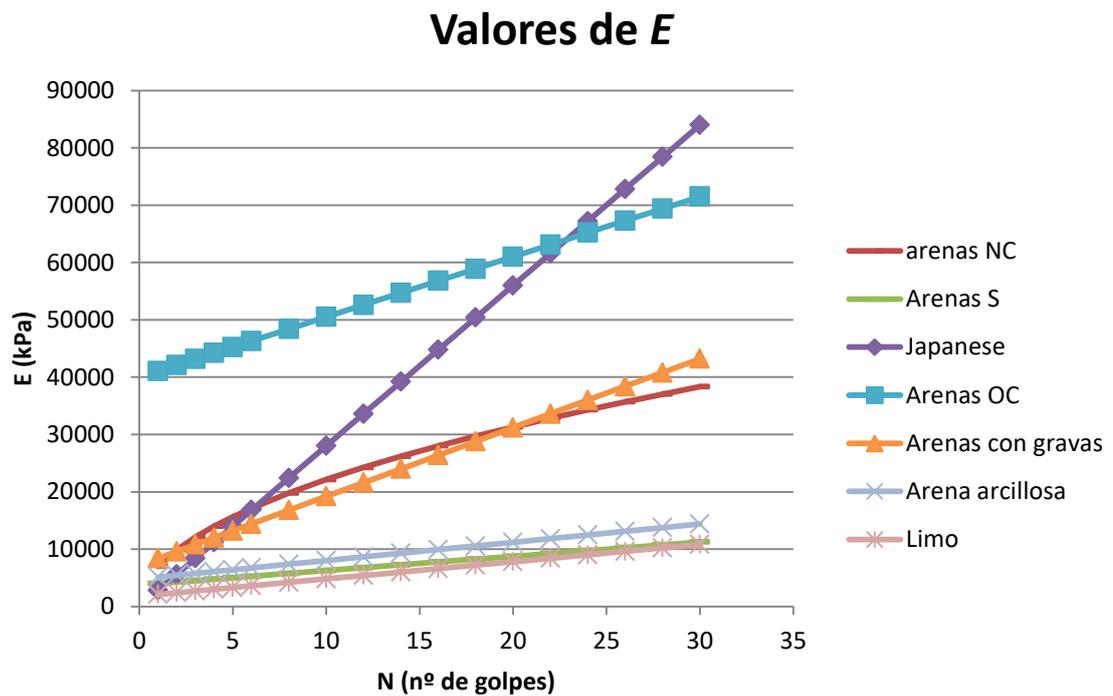


Figura 2-2: Valores de E [kPa] en función de N

Otros autores proponen otros valores (www.estudiosgeotecnicos.info):

Meigh y Nixon (1961, citado por Franch (FRANCH, 2014):

- Para limos y limos arenosos: E (MPa) = 5 N

- Para arenas finas: $E \text{ (MPa)} = 8 \sqrt{N}$

D'Apolonia et al. (1970) citado por Franch (FRANCH, 2014) proponen:

- $E \text{ (kp/cm}^2\text{)} = 215 + (10.6 \text{ NSPT})$ [arenas normalmente consolidadas]
- $E \text{ (kp/cm}^2\text{)} = 540 + (13.5 \text{ NSPT})$ [arenas preconsolidadas]

En muchas citas bibliográficas esta expresión se considera conservadora en exceso, siendo probablemente más ajustada a la realidad la propuesta por Denver (1982) citado por Franch (FRANCH, 2014):

$$E = 7\sqrt{N} \quad (1)$$

Para gravas puede utilizarse la siguiente correlación establecida por Wrench y Nowatzki (1986) citado por www.estudiosgeotecnicos.info:

$$E \text{ [MPa]} = 2,22 \text{NSPT}^{0,888} \quad (2)$$

Beguemann (1974) citado por Franch (FRANCH, 2014) plantea las siguientes correlaciones para gravas y arenas:

- Si $\text{NSPT} > 15$: $E \text{ (Kg/cm}^2\text{)} = 40 + [12 (\text{NSPT} - 6)]$
- Si $\text{NSPT} < 15$: $E \text{ (Kg/cm}^2\text{)} = 12 (\text{NSPT} + 6)$

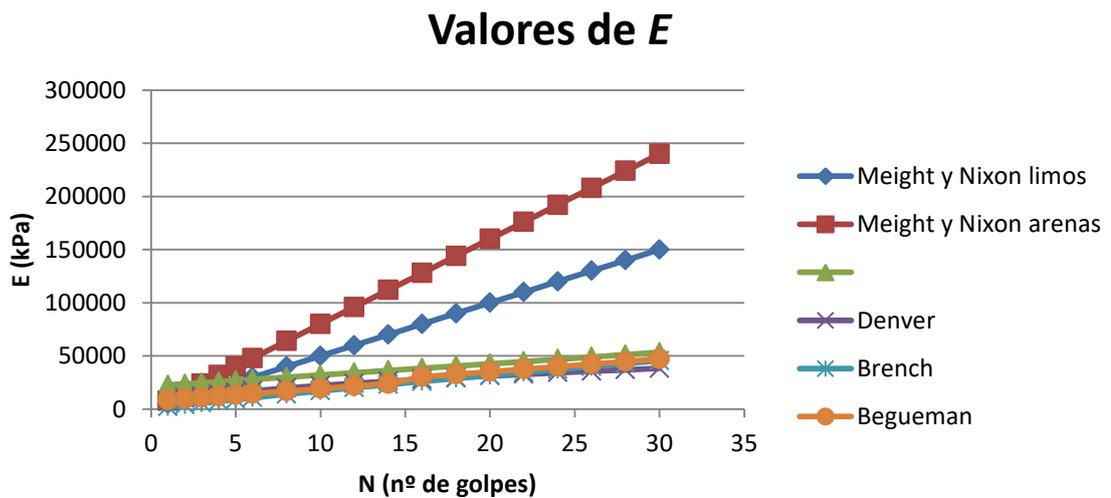


Figura2-3: Otros Valores de E [kPa] en función de N

Se observa bastante consenso en torno a los valores máximos de 40-50000 kPa y solo algunos autores proponen valores bastante mayores.

Otra interesante correlación del módulo es la propuesta por Stroud (1974) (citado por FRANCH, 2014), que relaciona el índice de plasticidad con el cociente E (kPa) / NSPT:

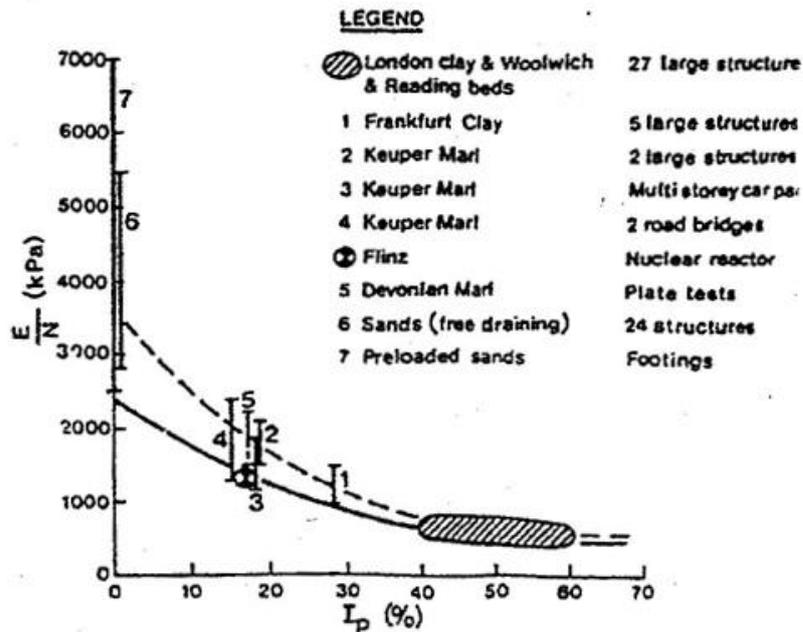


Figura 2-4: Relación E/N vs. I_p ((FRANCH, 2014)

El rango de la correlación puede aproximarse en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Límite superior: } E \text{ (kPa)} = \text{NSPT} (-0.008I_p^3 + 1.732I_p^2 - 127.2I_p + 3703)$$

$$\text{Límite inferior: } E \text{ (kPa)} = \text{NSPT} (-0.003I_p^3 + 0.859I_p^2 - 72.04I_p + 2410)$$

2.2. Cohesión y ángulo de rozamiento

Ángulo de rozamiento interno es aquel cuya tangente es la derivada de la resistencia al corte respecto a la presión normal efectiva.

El ángulo de rozamiento caracteriza notoriamente a cada tipo de suelo, y se puede determinar mediante ensayos en laboratorio o en campo, a través de correlaciones y gráficos; y si no se cuenta con ninguna otra información puede obtenerse a partir de tablas.

En este sentido, la prueba triaxial es uno de los ensayos más adecuados para evaluarlo mediante la representación gráfica del criterio de falla Mohr-Coulomb.

Si se realizan ensayos triaxiales, la determinación del ángulo de rozamiento se hace a partir de los resultados de los ensayos triaxiales como se muestra en la figura.

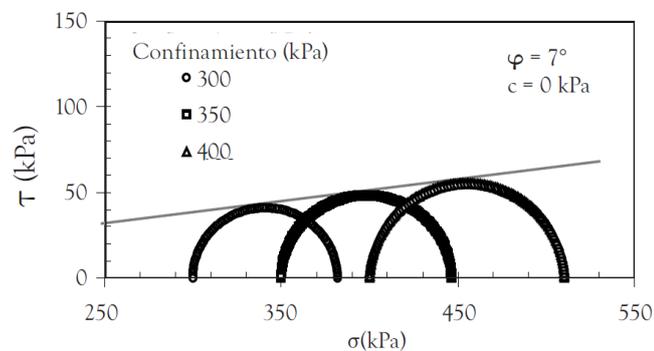


Figura 2-5: Determinación de la cohesión y el ángulo de rozamiento a partir del círculo de Mohr.

Cohesión es la resistencia al corte del terreno cuando la presión normal efectiva es nula.

La cohesión se determina, igualmente, mediante la realización de los ensayos triaxiales y a interpretación de los gráficos y la recta de Mohr, al igual que el ángulo de rozamiento

La bibliografía proporciona numerosos valores del ángulo de rozamiento en función de la clasificación del suelo.

Tabla D.27. Propiedades básicas de los suelos			
Clase de suelo		Peso específico aparente (kN/m ³)	Ángulo de rozamiento interno
Terreno natural	Grava	19 – 22	34° - 45°
	Arena	17 – 20	30° - 36°
	Limo	17 – 20	25 – 32°
	Arcilla	15 – 22	16° – 28°
Rellenos	Tierra vegetal	17	25°
	Terraplén	17	30°
	Pedraplén	18	40°

Figura 2-6: Densidad y ángulo de rozamiento de suelos (CTE, 2007, p. 122)

Los valores más consolidados de dichas variables los propone la USCS (*Unified soil classification system*)

Description	USCS	Soil friction angle [°]		
		Min	Max	Specific value
Well graded gravel, sandy gravel, with little or no fines	GW	33	40	
Poorly graded gravel, sandy gravel, with little or no fines	GP	32	44	
Sandy gravels - Loose	(GW, GP)			35
Sandy gravels - Dense	(GW, GP)			50
Silty gravels, silty sandy gravels	GM	30	40	
Clayey gravels, clayey sandy gravels	GC	28	35	
Well graded sands, gravelly sands, with little or no fines	SW	33	43	
Well-graded clean sand, gravelly sands - Compacted	SW		-	38
Well-graded sand, angular grains - Loose	(SW)			33
Well-graded sand, angular grains - Dense	(SW)			45
Poorly graded sands, gravelly sands, with little or no fines	SP	30	39	
Poorly-graded clean sand - Compacted	SP			37
Uniform sand, round grains - Loose	(SP)			27
Uniform sand, round grains - Dense	(SP)			34
Sand	SW, SP	37	38	
Loose sand	(SW, SP)	29	30	
Medium sand	(SW, SP)	30	36	
Dense sand	(SW, SP)	36	41	
Silty sands	SM	32	35	
Silty clays, sand-silt mix - Compacted	SM	-	-	34

Silty sand - Loose	SM	27	33	
Silty sand - Dense	SM	30	34	
Clayey sands	SC	30	40	
Calveey sands, sandy-clay mix - compacted	SC			31
Loamy sand, sandy clay Loam	SM, SC	31	34	
Inorganic silts, silty or clayey fine sands, with slight plasticity	ML	27	41	
Inorganic silt - Loose	ML	27	30	
Inorganic silt - Dense	ML	30	35	
Inorganic clays, silty clays, sandy clays of low plasticity	CL	27	35	
Clays of low plasticity - compacted	CL			28
Organic silts and organic silty clays of low plasticity	OL	22	32	
Inorganic silts of high plasticity	MH	23	33	
Clayey silts - compacted	MH			25
Silts and clayey silts - compacted	ML			32
Inorganic clays of high plasticity	CH	17	31	
Clays of high plasticity - compacted	CH			19
Organic clays of high plasticity	OH	17	35	
Loam	ML, OL, MH, OH	28	32	
Silt Loam	ML, OL, MH, OH	25	32	
Clay Loam, Silty Clay Loam	ML, OL, CL, MH, OH, CH	18	32	
Silty clay	OL, CL, OH, CH	18	32	
Clay	CL, CH, OH, OL	18	28	

USCS Soil-class	Description	Cohesion (kPa)	Friction angle (°)
GW	well-graded gravel, fine to coarse gravel	0	40
GP	poorly graded gravel	0	38
GM	silty gravel	0	36
GC	clayey gravel	0	34
GM-GL	silty gravel	0	35
GC-CL	clayey gravel with many fines	3	29
SW	well-graded sand, fine to coarse sand	0	38
SP	poorly graded sand	0	36
SM	silty sand	0	34
SC	clayey sand	0	32
SM-SL	silty sand with many fines	0	34
SC-CL	clayey sand with many fines	5	28
ML	silt	0	33
CL	clay of low plasticity, lean clay	20	27
CH	clay of high plasticity, fat clay	25	22
OL	organic silt, organic clay	10	25
OH	organic clay, organic silt	10	22
MH	silt of high plasticity, elastic silt	5	24

Tabla 2-1: Valores de c y ϕ según la clasificación USCS (Fuente

<http://www.geotechdata.info/index.html>)

Soil Type and SPT Blow Counts	Undisturbed Soil	
	Cohesion (psf)	Friction Angle (°)
Cohesive soils		
Very soft (<2)	250	0
Soft (2-4)	250-500	0
Firm (4-8)	500-1,000	0
Stiff (8-15)	1,000-2,000	0
Very stiff (15-30)	2,000-4,000	0
Hard (>30)	4,000	0
Cohesionless soils		
Loose (<10)	0	28
Medium (10-30)	0	28-30
Dense (>30)	0	32
Intermediate soils		
Loose (<10)	100	8
Medium (10-30)	100-1,000	8-12
Dense (>30)	1,000	12

Tabla 2-2: Valores estimados de cohesión y fricción del suelo basados en el número de golpes -sin corregir- del SPT. Karol (1960) (FRANCH, 2014)

TIPO DE SUELO	γ (T/m ³)	ϕ (grados)	c (T/m ²)
Bloques y bolos sueltos	1.70	35-40°	
Grava	1.70	37.5°	-
Grava arenosa	1.90	35°	
Arena compacta	1.90	32.5-35°	
Arena semicompacta	1.80	30-32.5°	-
Arena suelta	1.70	27.5-30°	
Limo firme	2.00	27.5°	1-5
Limo	1.90	25°	1-5
Limo blando	1.80	22.5°	1-2.5
Marga arenosa rígida	2.20	30°	20-70
Arcilla arenosa firme	1.90	25°	10-20
Arcilla media	1.80	20°	5-10
Arcilla blanda	1.70	17.5	2-5
Fango blando arcilloso	1.40	15°	1-2
Suelos orgánicos (turba)	1.10	10-15°	-

Tabla 2-3: Valores habituales de c y ϕ , de diversos suelos comunes.

Table 10.4.6.2.4-1—Correlation of $SPT N_{60}$ Values to Drained Friction Angle of Granular Soils (modified after Bowles, 1977)

N_{60}	ϕ_f
<4	25–30
4	27–32
10	30–35
30	35–40
50	38–43

Tabla 2-4: Valores de ϕ vs. N , (AASHTO, 2012, p. 16)

2.3. Coeficiente de balasto

Cuando Boussinesq formula su solución elástica al problema del apoyo de una viga en un medio continuo no puede resolver una gran cantidad de problemas reales pues la solución de la ecuación diferencial es compleja (cf. § 3.2).

El método de Winkler (1867), de la viga elástica, o del coeficiente de balasto (adopta ese nombre porque se desarrolló para evaluar asientos en la vía de ferrocarril) soluciona en parte el problema de la complejidad pues postula una propiedad del suelo que parece elástica, aunque en realidad está enunciando un relación lineal en términos de rigidez, que es: “el asiento es proporcional a la tensión y su constante de proporcionalidad se llamó BALASTO” (o coeficiente de balasto).

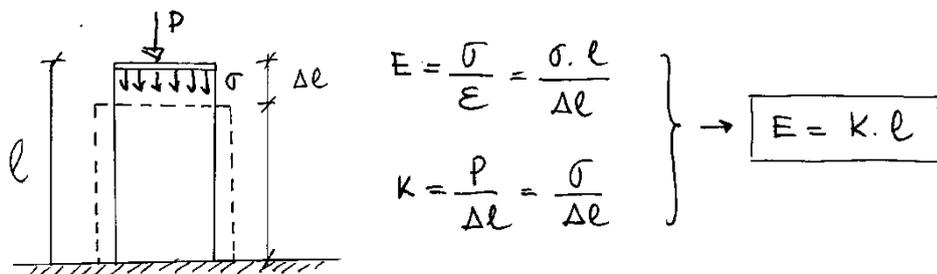


Figura 2-7: Explicación simplificada de la diferencia entre módulo de deformación E y coeficiente de balasto k

El coeficiente de balasto K relaciona la carga con el asiento provocado y es por tanto un coeficiente similar al módulo elástico E pero con una diferencia fundamental, el módulo elástico se refiere a la deformación y el de balasto se refiere al acortamiento total.

O dicho de otras formas:

- El módulo E se relaciona con el asiento relativo a la longitud y el módulo de balasto K se relaciona con el asiento absoluto.
- El Módulo E es aplicable a un elemento diferencial y el módulo de balasto K es el resultado de aplicar ese módulo E a una longitud determinada.
- El Módulo K es el resumen del suelo en una determinada profundidad " l " y el módulo E representa a cada partícula de suelo.
- El módulo E se puede considerar una característica invariable del terreno mientras que el balasto cambia para un mismo terreno.

Es evidente, a partir de la relación anterior, que para conocer el coeficiente de balasto del suelo debemos conocer la longitud de terreno afectado por las tensiones pero ésta variará en función de la intensidad de la carga,

Un terreno homogéneo con un módulo E en toda su profundidad puede tener diferentes módulos de balasto en función del tamaño de la carga: A mayor tamaño de la carga, mayor profundidad vinculada, mayor asiento del terreno y menor coeficiente de balasto .

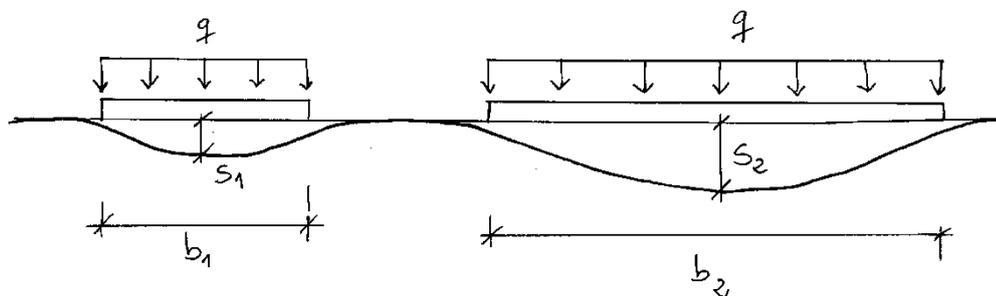


Figura 2-8: Influencia del tamaño de la carga en el coeficiente de balasto

Para una misma carga uniforme, el asiento depende de la dimensión de la zapata. A mayor superficie cargada mayor es el asiento. En el fondo esto supone un incremento de carga total aunque la presión sigue siendo la misma.

Fíjense que en un material estructural, la deformación depende de la presión y que si la tensión no varía, el “asiento” es el mismo cualquiera que sea la dimensión en planta.

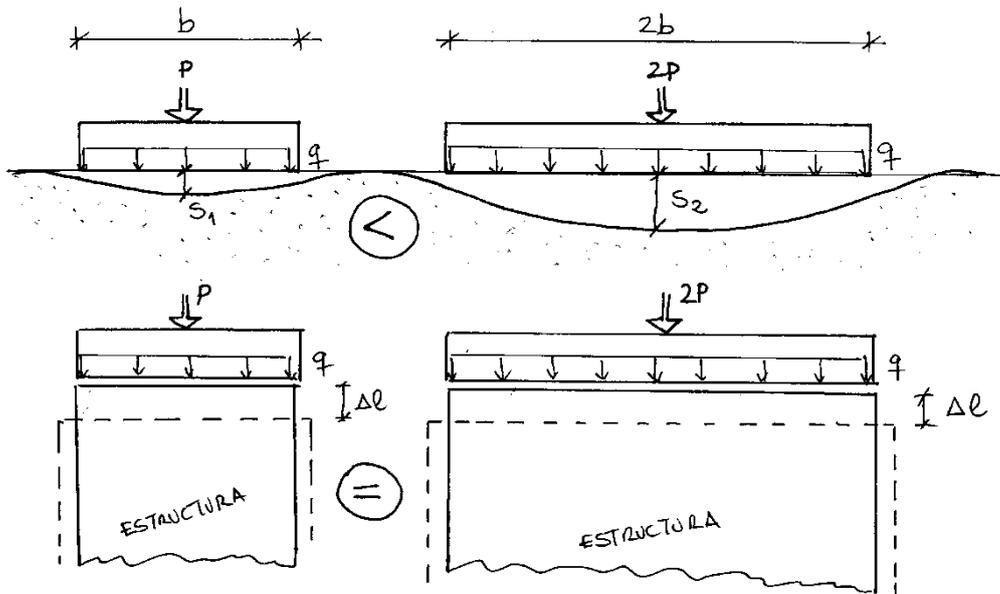


Figura 2-9: Diferencia conceptual entre una estructura y un suelo

La diferencia entre una estructura y un suelo es fundamental comprenderla para saber diferenciar nuestra *cabeza estructural* de la *cabeza geotécnica*. Una clara explicación de este hecho se puede ver en Romana (ROMANA, 2017)

Esta dependencia de la dimensión en planta afecta, como es lógico, a la determinación de la tensión admisible de un terreno. Véase, por ejemplo, la fórmula de Brinch-Hansen (CTE, 2007, p. 32-33) y muy desarrollada por ejemplo en Reese (REESE, 2006, pp.200-213)

$$q = c_k N_c d_c s_c i_c t_c + q_{0k} N_q d_q s_q i_q t_q + \frac{1}{2} B^* \gamma_k N_\gamma d_\gamma s_\gamma i_\gamma t_\gamma \quad (3)$$

Donde:

q_h Presión vertical de hundimiento

q_{0k} Presión vertical característica del cimient0

c_k cohesión (valor carcterístic0)

B^* Ancho equivalente del cimient0

La determinación del módulo de balasto se afronta de forma experimental mediante el ensayo de placa de carga, midiendo en una gráfica la presión transmitida y el asiento provocado. En la figura se observa que para dimensiones crecientes de la placa, el asiento es mayor.

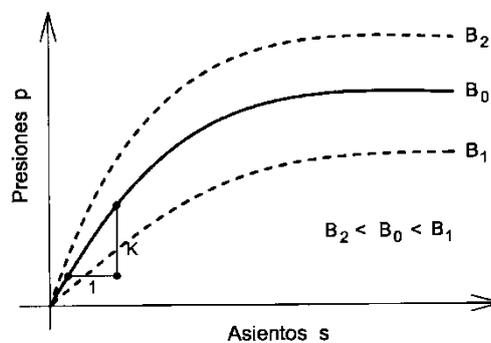


Figura 2-10: Ensayos de placa de carga para la determinación de k , para diferentes tamaños de placa (MUZÁS, 2007, p. 608).

Esto obligó a normalizar el ensayo. Terzaghi (TERZAGHI, 1955 , p. 315) fijó la dimensión de la placa en 1 *foot*, 30x30 cm² (1 pie²), de ahí el nombre de k_{30} .

En la figura también se adivina otra importante propiedad que desarrollaremos más adelante: los suelos tiene una capacidad de plastificación que puede ser muy aprovechable para el dimensionamiento de losas.

2.3.1. Valores de k, Coeficiente de Balasto.

El Balasto se define como la relación entre la presión aplicada y el asiento obtenido o como la presión a aplicar para obtener un desplazamiento unidad. Las unidades son kN/m^3 , o kPa/m

Al igual que en la determinación del módulo se encuentran tablas de valores en función del tipo de suelo. Todas estas tablas se refieren siempre al valor normalizado k_{30} , correspondiente a la placa de 30×30 cm (1 pie cuadrado).

Y en el caso del balasto además se encuentran expresiones que relacionan el balasto con el área cargada y con la forma del área cargada, así como fórmulas de correlación con otros parámetros como por ejemplo, el módulo de deformación. Esta correlación nos parece la más potente y es la que en esta Tesis se va a desarrollar, además de la dependencia del tamaño del área cargada.

Numerosos autores hacen recopilación de fórmulas de balasto (FREIRE, 1999, pp 23-35; FILLIAT, 1981, pp. 421; GESTO, 2017; LEONI, 2010, pp. 6-12; DEL POZO, 2017, pp. 2-7; REQUENA, 2007.

Se pasa revista a continuación a diversas expresiones y tablas.

Tipo de suelo	K_{30} $\times 10^4$ [kN/m ³] $\times 1000$ [t/m ³]	K_{30} [kPa/m]
Suelo fangoso	0,5 a 1,5	5.000 a 15.000
Arcilla blanda ($q_u= 25$ a 50 kN/m ²)	0,6 a 1,3	6.000 a 13.000
Arcilla media ($q_u= 50$ a 200 kN/m ²)	1,3 a 4	13000 a 40.000
Arcilla compacta ($q_u= 200$ a 400 kN/m ²)	4 a 8	40.000 a 80.000
Arcilla margosa dura ($q_u > 400$ kN/m ²)	8 a 20	80.000 a 200.000
Arena fina de playa	1 a 1,5	10.000 a 15.000
Arena floja seca o húmeda	1 a 3	10.000 a 30.000
Arena media seca o húmeda	3 a 9	30.000 a 90.000
Arena compacta seca o húmeda	9 a 20	90.000 a 200.000
Gravilla arenosa floja	4 a 8	40.000 a 80.000
Gravilla arenosa compacta	9 a 25	90.000 a 250.000
Grava arenosa floja	7 a 12	70.000 a 120.000
Grava arenosa compacta	12 a 30	120.000 a 300.000
Margas arcillosas	20 a 40	200.000 a 400.000
Rocas blandas o algo alteradas	30 a 500	300.000 a 5 GPa
Rocas sanas	800 a 30.000	8 GPa a 30 GPa

q_u = resistencia a compresión simple

Tabla 2-5: Valores de balasto k_{30} propuestos por Muzás (MUZÁS, 2007, p. 609)

Terzaghi propone los siguientes valores medios para suelos arcillosos:

Tipo de suelo	K_{30} $\times 10^4$ [kN/m ³] $\times 1000$ [t/m ³]
Arcillas consistentes ($q_u= 100$ a 200 kN/m ²)	1,6 a 3,2
Arcillas muy consistentes ($q_u= 25$ a 50 kN/m ²)	3,2 a 6,4
Arcillas duras ($q_u= 25$ a 50 kN/m ²)	> 6,4

Tabla 2-6: Propuesta de TERZAGHI para suelos arcillosos

La propuesta de modificación de K por tamaño de la placa es:

$$k_a A = k_b B = cte = \text{Módulo de reacción} \quad (4)$$

Esta expresión es válida para zapatas cuadradas y supone que a mayor área de zapata menor balasto, resultado lógico. No confundir el módulo de reacción con el módulo de deformación aunque tiene las mismas unidades que éste.

Terzaghi también propuso relacionar el módulo de reacción con la carga de rotura del terreno q_u .

$$k_a A = k_b B = 50 q_u [kN/m^2] \quad (5)$$

Terzaghi propone los siguientes valores medios para suelos arenosos: (valores medios relacionados con el [número de golpes/30 cm])

Tipo de suelo	Nº de golpes / 30 cm	K_{30} x 10^4 [kN/m ³] x 1000 [t/m ³]
Arena floja	< 10	0,6 a 1,9
Arena media	10 a 30	1,9 a 9,6
Arena densa	30 a 50	9,6 a 32
Arena muy densa	>50	>32

Tabla 2-7: Propuesta de TERZAGHI para suelos arenosos

Si la arena está sumergida se recomienda un valor del 60%.

Terzaghi observó una variación lineal del logaritmo del balasto con el número de golpes:

Para arena seca

$$K_{30} = 10^{\frac{N+2}{34}+4} \quad (6)$$

Seguimos con Terzaghi, Para zapatas cuadradas

En suelos cohesivos

$$K_b = K_{30} \frac{0,30}{b} \quad (7)$$

En suelos granulares

$$K_b = K_{30} \left(\frac{b+0,30}{2b} \right)^2 \quad (8)$$

Zapatas rectangulares

En zapatas de dimensión $b \times l$:

$$K_{bl} = \frac{2}{3} K_b \left(1 + \frac{b}{2l} \right) \quad (9)$$

Si la zapata es ilimitada en una dirección, $K=0,67 \cdot K_{30}$.

Kolger y Scheidig proponen las siguientes expresiones:

Superficie cargada indefinida sobre una capa de espesor H.

$$K = \frac{E_0}{H} \quad (10)$$

Faja ilimitada de ancho b sobre una capa de espesor H.

$$K = \frac{2E_0}{b} \frac{1}{\ln\left(\frac{b+2H}{b}\right)} = \alpha \frac{E_0}{b} \quad (11)$$

α toma un valor entre 1,8 (para $H=b$) y 0,5 (para $H=20b$)

Muchos otros autores recopilan fórmulas para el balasto de diferentes autores (AGUDELO, 2015).

A modo de recopilación, en las siguientes páginas, se acompañan una serie de valores y expresiones propuestos por diferentes autores. Cortesía de Galindo (GALINDO, 2015)

			<i>kN/m³</i>	<i>kN/m³</i>
<i>División primaria</i>	<i>Grupo de suelos y descripción típica</i>	<i>Símbolo</i>	<i>K_{30x30,min}</i>	<i>K_{30x30,max}</i>
Gravas y suelos con gravas	Gravas con buena granulometría o mezclas de arena y grava. Pocos finos.	GW	280000	400000
	Mezclas de arcilla-arena-grava, con buena granulometría. Excelente trabazón	GC	240000	400000
	Gravas con pobre granulometría y mezclas de arena y gravas. Pocos finos.	GP	180000	280000
	Gravas con finos, gravas limosas, gravas arcillosas. Mezclas arcilla, arena y grava con mala granulometría.	GF	150000	280000
Arenas y suelos arenosos	Arenas con buena granulometría y arenas con gravas. Pocos finos.	SW	150000	350000
	Mezclas de arenas y arcillas con buena granulometría. Excelente trabazón	SC	150000	350000
	Arenas con mala granulometría. Pocos finos	SP	130000	200000
	Arenas con finos, arenas limosas, arenas arcillosas. Mezclas arena-arcilla con mala granulometría.	SF	110000	200000
Suelos de grano fino con baja o media plasticidad	Limos inorgánicos y arenas finas. Polvo rocoso, arenas finas limosas o arcillosas con ligera plasticidad	ML	90000	200000
	Arcillas inorgánicas de plasticidad baja o media, arcillas arenosas, arcillas limosas, arcillas pobres.	CL	90000	130000
	Limos orgánicos y limo-arcillas de baja plasticidad.	OL	70000	110000
Suelos de grano fino con plasticidad alta	Suelos arenosos finos, con mica o tierra de diatomeas, limos elásticos.	MH	40000	110000
	Arcillas inorgánicas de plasticidad alta, arcillas gruesas.	CH	40000	90000
	Arcillas inorgánicas de plasticidad media o baja	OH	40000	90000

Tabla 2-8: Valores de balasto s/ Calavera (GALINDO, 2015)

Braja M. Das

"Principio de Ingeniería de Cimentaciones"

Ed. International Thomson. 4ª Edición. 2001

		<i>kN/m³</i>	<i>kN/m³</i>
<i>División primaria</i>	<i>Grupo de suelos y descripción típica</i>	<i>K_{30x30,min}</i>	<i>K_{30x30,max}</i>
<i>Arena (seca o húmeda)</i>	<i>Suelta</i>	<i>8000</i>	<i>25000</i>
	<i>Media</i>	<i>25000</i>	<i>125000</i>
	<i>Densa</i>	<i>125000</i>	<i>375000</i>
<i>Arena (saturada)</i>	<i>Suelta</i>	<i>10000</i>	<i>15000</i>
	<i>Media</i>	<i>35000</i>	<i>40000</i>
	<i>Densa</i>	<i>130000</i>	<i>150000</i>
<i>Arcilla</i>	<i>Rígida</i>	<i>12000</i>	<i>25000</i>
	<i>Muy rígida</i>	<i>25000</i>	<i>50000</i>
	<i>Dura</i>	<i>50000</i>	<i>150000</i>

Tabla 2-9: Valores de balasto s/ Das (GALINDO, 2015)

J.M. Rodríguez Ortiz.

"Curso Aplicado de Cimentaciones"

Servicio de Publicaciones del Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid

Valores propuestos por Terzaghi y recogidos por J.M. Rodríguez Ortiz.

		<i>kN/m³</i>	<i>kN/m³</i>
<i>División primaria</i>	<i>Grupo de suelos y</i>	<i>K_{30x30,min}</i>	<i>K_{30x30,max}</i>
<i>Arena (seca o húmeda)</i>	<i>Suelta</i>	6400	19200
	<i>Media</i>	19200	96000
	<i>Compacta</i>	96000	320000
<i>Arena (saturada)</i>	<i>Suelta</i>	7000	9000
	<i>Media</i>	23000	27000
	<i>Compacta</i>	90000	110000
<i>Arcilla</i>	<i>Rígida (q_u = 1 - 2 kg/cm²)</i>	16000	32000
	<i>Muy rígida (q_u = 2 - 4 kg/cm²)</i>	32000	64000
	<i>Dura (q_u >4 kg/cm²)</i>	64000	100000

Tabla 2-10: Valores de balasto s/ Rodríguez Ortiz (GALINDO, 2015)

J.M. Rodríguez Ortiz.
"Curso Aplicado de Cimentaciones"
Servicio de Publicaciones del Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid
Valores propuestos por diversos autores y recogidos por J.M. Rodríguez Ortiz.

<i>Grupo de suelos y descripción típica</i>	<i>kN/m3</i> <i>K_{30x30.min}</i>	<i>kN/m3</i> <i>K_{30x30.max}</i>
Arena fina de playa	10000	15000
Arena floja, seca o húmeda	10000	13000
Arena media, seca o húmeda	30000	90000
Arena compacta, seca o húmeda	90000	200000
Gravilla arenosa floja	40000	80000
Gravilla arenosa compacta	90000	250000
Grava arenosa floja	70000	120000
Grava arenosa compacta	120000	300000
Margas arcillosas	200000	400000
Rocas blandas o algo alteradas	300000	5000000
Rocas sanas	8000000	3E+08

Tabla 2-11: Valores de balasto s/ Rodríguez Ortiz (cortesía de Rubén Galindo GALINDO, 2015)

Fórmula de Vesic (VESIC, 1963, pp. 1-31):

$$k = \frac{0,65E_s}{B(1 - \nu^2)} \sqrt[12]{\frac{E_s B^4}{E_c I_c}}$$

(12)

Donde:

B Ancho de cimentación

I_c Momento de inercia de la sección transversal de la losa en el ancho B

E_c Módulo de elasticidad de hormigón

E_s Módulo de elasticidad del suelo

Fórmula de (VESIC, 1963, pp. 1-31) reducida

$$k = \frac{E_s}{B(1 - \nu^2)}$$

(13)

Fórmula de WOINOWSKY-KRIEGER

$$k = \frac{2,15}{h} \sqrt[3]{\frac{E_s^4}{E_c}}$$

(14)

Fórmula de Vogt:

$$k = 1,33 \frac{E_s}{\sqrt[3]{LB^2}}$$

(15)

Donde:

L Longitud de la cimentación (lado mayor)

B Ancho de la cimentación (lado menor)

E_s Módulo de elasticidad del suelo

2.4. Ecuaciones constitutivas del terreno

Existen diferentes formas de modelización de la deformabilidad del terreno, desde las más simplificadas hasta las más sofisticadas.

De forma general, los métodos más simplificados suponen niveles de error a veces importantes. Por el contrario, los modelos más complejos y avanzados suponen a veces la necesidad de la definición de multitud de parámetros de difícil determinación.

Sin embargo en el caso de los problemas de interacción suelo-estructura, el modelo simplificado por excelencia es el módulo de balasto, pero su determinación es muy variable y con un alto grado de indefinición (amén de otros problemas que desgana esta Tesis).

Varios interesantes modelos complejos del suelo como el Mohr-Coulomb (SOFISTIK, 2014, §3.10.6) y el Drücker-Prager (DRÜCKER, 1952, pp. 157-165), requieren sólo unos

cuantos parámetros más, pero que, además, son de mucho más fácil y fiable conocimiento que el módulo de balasto.

¿Por qué, entonces, se usan modelos muy simplificados aun cuando se sabe que además de ser erróneos, el valor del dato del suelo (coeficiente de balasto) es muy difícil de determinar? La respuesta es clara, porque es más fácil de implementar en los softwares comerciales.

En el escalafón de los modelos numéricos del suelo que se pueden utilizar se han seleccionado de más a menos complejos:

- Comportamiento elástico plástico Módulo de deformación E [kPa], acotado por el criterio tridimensional de Mohr-Coulomb o de Drucker-Prager
- Comportamiento elástico plástico: Módulo de deformación E, acotada por una tensión de plastificación.
- Comportamiento elástico, Módulo de deformación E
- Coeficiente de balasto k, medido en [kN/m³] o [kPa/m]

2.4.1. Modelo de comportamiento de Mohr Coulomb.

En 1776 Coulomb, estudiando los empujes del terreno en muros propuso una teoría de rotura de suelo que tenía en cuenta la rotura de una cuña detrás del muro. Dicha teoría postulaba una rotura del terreno mediante la conocida expresión:

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (16)$$

Donde

τ = tensión de rotura al corte

c = cohesión

σ = tensión normal

φ = ángulo de rozamiento

Los dos conceptos asociados a la resistencia son bien conocidos y expresan dos fenómenos físicos separados, la cohesión y el rozamiento, que además separan en dos grandes grupos los suelos en general (salvo las rocas), los suelos con cohesión, o arcillosos (y limosos) y los suelos sin cohesión, o granulares o arenas (y gravas).

La expresión anterior representada en la gráfica σ , τ , es una recta, cuya ordenada en el origen es la cohesión c , y cuya pendiente es la tangente del ángulo de rozamiento, $\tan \phi$.

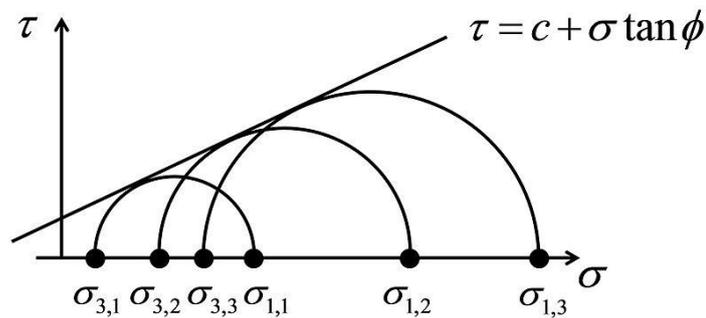


Figura 2-11: Recta de comportamiento de un suelo de Mohr-Coulomb

La recta de Coulomb determina los estados tensionales que el suelo admite (inferiores) y los que plastifican el suelo (en la recta o exteriores a ella).

Esta recta determina que el término del rozamiento crece con la tensión normal. Si la tensión normal es cero, la resistencia es únicamente la cohesión

El modelo constitutivo de Mohr Coulomb se formula a partir de un comportamiento elástico definido por la pendiente del comportamiento tensión deformación E y a partir de que el estado tensional alcanza la recta de Mohr (o la superficie de Mohr en problemas espaciales) aparece el comportamiento plástico.

Dicha modelo no es elastoplástico progresivo sino que es un modelo elástico y luego plástico perfecto.

La denominada superficie de fluencia Mohr es una extensión de la recta de Mohr-Coulomb y viene determinada en tres ejes σ_1 , σ_2 , σ_3 por un prisma de base poligonal.

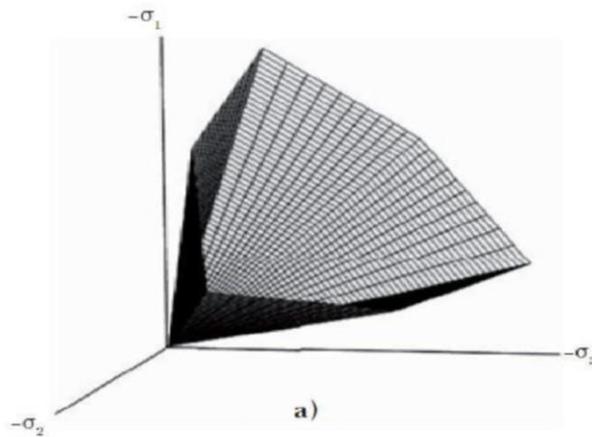


Figura 2-12: Superficie de fluencia de Mohr-Coulomb

Las caras de dicho prisma son un conjunto de funciones de fluencia que definen el límite entre el comportamiento elástico y plástico del material. La representación gráfica de las funciones genera un prisma hexagonal en el espacio de los esfuerzos principales que constituye un contorno o superficie de fluencia fija. De esta manera, para diversos estados de esfuerzos representados dentro de la superficie, el comportamiento es puramente elástico, y todas las deformaciones son reversibles. Cuando los esfuerzos igualan o superan la frontera definida por esta superficie, se presentan deformaciones tanto elásticas como plásticas.

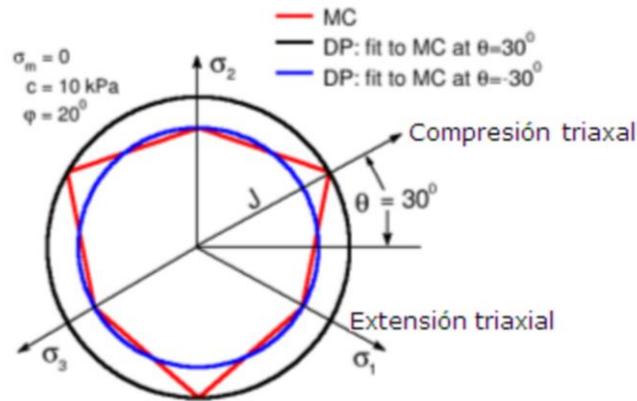
Este criterio de fluencia es una extensión de la ley de fricción de Coulomb para un estado general de esfuerzos, y es definido a partir de seis funciones formuladas en términos de esfuerzos principales:

El criterio de Mohr-Coulomb se expresa en las tres dimensiones como:

$$\begin{cases} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \left[\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right] \sin(\phi) + c \cos(\phi) \\ \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \left[\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right] \sin(\phi) + c \cos(\phi) \\ \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} = \left[\frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} \right] \sin(\phi) + c \cos(\phi) \end{cases} \quad (17)$$

2.4.2. Modelo de comportamiento de DRUCKER PRAGER

El modelo de comportamiento de Drucker-Prager (DRÜCKER, 1952, pp. 157-165) (también conocido como una extensión del modelo de Von Mises) es similar al Mohr-Coulomb, salvo que la superficie de fluencia, en lugar de ser un prisma poligonal es un cono, que bien puede ser inscrito o circunscrito a la superficie de Mohr-Coulomb, como se muestra en la figura.



El criterio de plastificación puede escribirse en términos de tensiones principales como

$$\sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = A + B (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) . \quad (18)$$

$$A = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} ; B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} \quad (19)$$

Si la superficie de fluencia de Drucker Prager queda inscrito en la superficie de Mohr-Coulomb, entonces (SOFISTIK, 2014, §3.10.5):

$$A = \frac{6 c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} ; B = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (20)$$

Esta formulación describe los conos que inscriben (+) o circunscriben (-) a la superficie de fluencia de Mohr-Coulomb.

Tanto en el método de Mohr Coulomb como en el de Drucker Prager se parte de una ley elástica inicial, que permite estimar las regiones en las que las tensiones exceden los valores elásticos para hacer un posterior análisis no lineal.

Ambos modelos elastoplásticos, DP y MC, incluyen un valor de la dilatación. Este valor es útil para cálculos con grandes deformaciones por lo que en esta Tesis es indiferente el valor de dicho parámetro y se estimará con un valor nulo.

El Modelo de Mohr-Coulomb por ser un prisma tiene ciertos problemas de convergencia que resuelve el modelo Drucker-Prager, que es el elegido para representar la realidad lo más fielmente posible en esta Tesis, tal y como se puede observar en la figura siguiente.

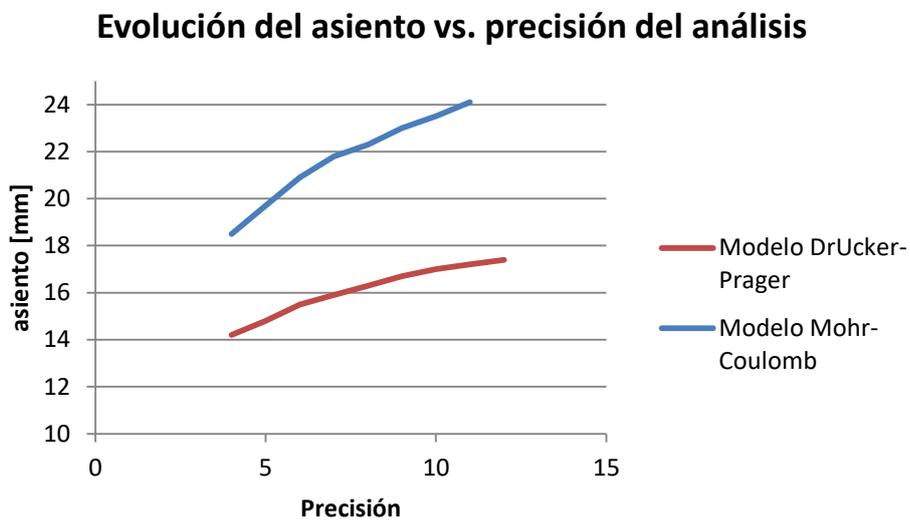


Figura 2-13: Evolución del asiento vs. precisión del análisis.

Ensayos realizados en una zapata de 2x2

Precisión es una variable definida en el modelo y que hace referencia al número de elementos en los que se divide el ancho de la estructura. A mayor precisión mayor número de elementos.

Referencias citadas

- AASHTO, 2012 , *LRFD BRIDGES (Load and resistance factor design); Design specifications*, Chapter 10, Foundations; Ed: American association of state highway and transportation officials.
- Agudelo J.A.,. 2015 *Breve resumen del coeficiente de balasto*,estructurando.com,
<http://estructurando.net/2015/10/26/breve-resumen-del-coeficiente-de-balasto/>
- Bowles, J. E., 2012. *Foundation Analysis and Design*. (5ª ed.). New York, U.S.: Mc Graw-Hill Book Company.
- CTE, DB, SE C, 2007, *Seguridad estructural: cimientos* BOE 23/10/2007
- Drucker, D. C. and Prager, W., 1952. *Soil mechanics and plastic analysis for limit design*. Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, no. 2, pp. 157–165.
- Franch, J., 2014, *Correlaciones Geotécnicas (5) y ensayos "in situ": el SPT y el módulo de deformación*. *Estudios Geotécnicos*.
<http://www.estudiosgeotecnicos.info/index.php/sptmodulodedeformacioncorrelacion>
- Filliat, Georges. 1981, *La pratique des sols et foundations*, Ed. du Moniteur, Paris
- Freire Tellado, M. J., 1999. *Precisiones para el Empleo del Método del Módulo de Balasto en Edificación*. *Informes de la Construcción*, 51(463), 23-35.
- Galindo, R., 2015, *Recopilación de hojas de cálculo del coeficiente de balasto según diversos autores*, Trabajo personal.

- Gesto, R., 2017. Geotecnia y Cimientos. demecanica.com.
http://www.demecanica.com/Geotecnia/geotecnia.htm#Geo-16/10/05_ExpansividadSuelos
- González de Vallejo, L., Ferrer, M., Ortuño, L., Oteo, C., 2002, *Ingeniería geológica*, Prentice hall, Madrid
- Leoni, A. J., Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Plata, 2010. *Apuntes de coeficiente de balasto*. La Plata, Argentina.
- Muzás Labad, F., 2007. *Mecánica del suelo y cimentaciones*, 2 Vol. Ed: Fundación Escuela de la edificación, Madrid.
- Del Pozo, J.C., 2016, *Interacción suelo-estructura*, Borrador de Monografía ACHE
- Reese, L., Isenhower, W. and Wang, S., 2006. *Analysis and design of shallow and deep foundations*. (1ª ed.). Hoboken, N.J.: John Wiley.
- Requena, I., 2007. *Nota acerca de la determinación del Coeficiente de Balasto en Cimentaciones*. (Elaboración personal).
- Rodríguez Ortiz, J. M., Serra Gesta, J., Oteo Mazo, C., 1989, *Curso aplicado de Cimentaciones*. (4ª ed.). Ed: COAM
- Romana, M.; Calle, A., 2017, *Geotecnia esencial para estructuras*, Curso online ingenio.xyz
- SOFiSTiK, 2014, *AQUA, materials and cross sections*, Software version SOFiSTiK 2014, Oberschleissheim, German.
- Terzaghi, K., 1955. *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. Geotechnique, 5(4), 41-50.
- Vesic, A. B. and W. H. Johnson, 1963. *Model studies of beams resting on a silt subgrade*, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol. 89, No. SM1, pp. 1-31.

3. ESTADO DEL ARTE DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOSAS DE CIMENTACIÓN

3.1. Aproximaciones históricas al cálculo de losas

Un elemento de cimentación superficial (losa) sometido a carga puntuales (pilares) y apoyada en un terreno elástico es un problema estructural complejo.

Se puede observar la dificultad que encierra haciendo un simple análisis del equilibrio de una sencilla viga apoyada en un terreno elástico.

Si suponemos la estructura infinitamente rígida (la cuantificación de rigidez se desarrolla en el cf. §3.7), se puede considerar una distribución lineal de tensiones en el terreno que está equilibrada con las acciones sobre la losa

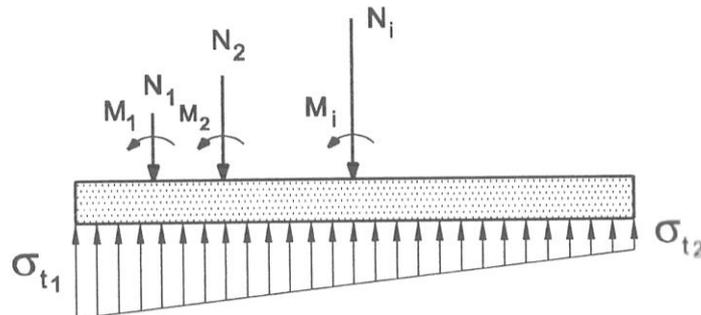


Figura 3-1: Equilibrio entre acciones y tensiones en una estructura de cimentación infinitamente rígida (CALAVERA, 2015, p. 239)

De esta estructura se conocen, sin más que hacer el equilibrio de una parte de ella, las leyes de esfuerzos. Sin embargo, dado que esta condición de gran rigidez no se suele cumplir, las tensiones no serán lineales y darán lugar a distribuciones de tensiones desconocidas (o más difíciles de deducir) y que dependen en gran medida de la relación de

rigideces ente cimiento y terreno. Y sin conocer exactamente las tensiones bajo la losa, no se pueden conocer los esfuerzos en el cimiento.

Un ejemplo claro de ello se muestra en la siguiente figura, en la que se observan dos posibles soluciones bien diferentes del problema y que dependen de la rigidez relativa entre el cimiento y el suelo.

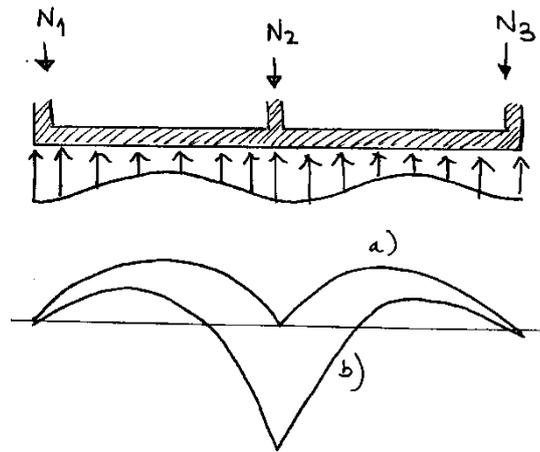


Figura 3-2: Posibles leyes de flexión a) o b) en una losa, en función de las rigideces de cimiento y terreno.

Del intento de resolver ese análisis nació la primera teoría, enunciada por Boussinesq (1885), sobre el semiespacio elástico y posteriormente desarrollada por Steinbrenner (1936) para casos muy sencillos de carga. El parámetro fundamental que se usa en estos estudios es el módulo de deformación y dichos métodos se denominan *métodos elásticos*.

Pocos años después, Winkler desarrolla su famoso método (que da nombre a la viga de Winkler, apoyada en terreno sobre muelles) y que basa la resolución del problema en la definición del cociente entre la tensión y el asiento y lo denomina *coeficiente de balastro* (o balastro) en honor al origen del estudio pues se desarrolló para el cálculo de traviesas de ferrocarril.

Este método, como veremos en resumen en el capítulo 3.3, sí que ha tenido una mayor aplicación que el método de Boussinesq, pues se han ido desarrollando analíticamente soluciones a varios casos prácticos de diferentes rigideces de viga y distribuciones de cargas.

Posteriormente Terzaghi (TERZAGHI, 1955, pp. 41-50) desarrolla de forma completa los valores del coeficiente de balasto tanto vertical y horizontal para numerosos casos, considerando la experiencia y el comportamiento del suelo conocido hasta el año de publicación (1955). En esta Tesis, en los capítulos anteriores, se ha hecho una revisión de estos valores.

Desde los años 80 se han venido utilizando métodos numéricos basados, bien en el método elástico, bien en el método del balasto, que desarrollan cálculos geoméricamente más complejos, pero siempre con un comportamiento lineal mecánico. Entre estos, el más desarrollado ha sido el Método de los Elementos Finitos, Aunque también se han utilizado el método del emparillado (MORÁN , 2007, p. 406), el método de diferencias finitas (CODUTO, 2016, pp. 361-362). y el Finite Grid Method FGM (BOWLES, 2012, pp. 558-565)

Desde el punto de vista del proyecto de la estructura, sin duda, el modelo de suelo más utilizado ha sido el balasto. El balasto, que tiene unidades de coeficiente de muelle es sencillo de implementar y prácticamente lo incorporan todos los programas comerciales de cálculo estructural. La única complicación que permiten introducir algunos de estos programas es la no-linealidad debida a la singularidad de que el muelle no responda si se tracciona, imagen evidente de lo que el suelo hace.

Hago un paréntesis para indicar que, en lo sucesivo llamaremos *balasto*, a secas, al *coeficiente de balasto*. No cabrá duda pues en esta Tesis no se habla de ferrocarriles que es

el otro área de conocimiento donde se utiliza esta palabra y con la que podría haber confusión.

Los últimos avances de los métodos de cálculo por EF permiten utilizar ecuaciones constitutivas no lineales. Por su gran complejidad y gasto de tiempo de cálculo, aún no se han introducido completamente en el mundo del proyecto, aunque, con el aumento de las potencias de cálculo de los ordenadores, se va implantando cada vez más. En esta Tesis se ha utilizado SOFiSTiK, un código muy extendido dentro del mundo estructural de la ingeniería civil y con una importante experiencia en el cálculo de problemas no-lineales.

Los modelos que incorporan el terreno con características no lineales, por ejemplo, tipo Drucker-Prager tienen también la ventaja de que consideran el terreno adyacente, la profundidad de la cimentación y su historia previa.

En los próximos apartados se van a revisar los métodos más usuales de la práctica estructural.

3.2. Modelo de Boussinesq

Boussinesq, en 1855 resolvió el problema de una carga vertical aislada en la superficie del semiespacio elástico.

El planteamiento se describe en la figura.

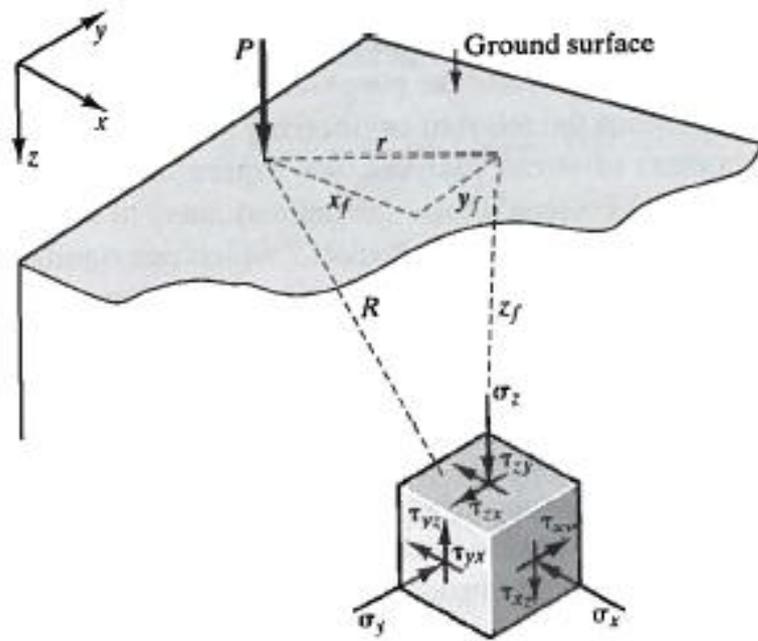


Figura 3-3: Carga vertical aislada en el semiespacio de Boussinesq (tomada de www.geosuite3d.com)

La solución tiene simetría de revolución. La tensión en un punto cualquiera es independiente de los parámetros elásticos del terreno. Las expresiones analíticas solución de este problema y de bastantes otros se pueden encontrar en la literatura especializada.

Otros problemas tratados son el caso de carga lineal en superficie, carga en faja, carga en un rectángulo, etc.

La resolución de cada caso de carga da lugar a fórmulas, tablas o ábacos en los que se representan los valores de tensiones o asientos de forma adimensional.

Por ejemplo, el caso de una carga circular

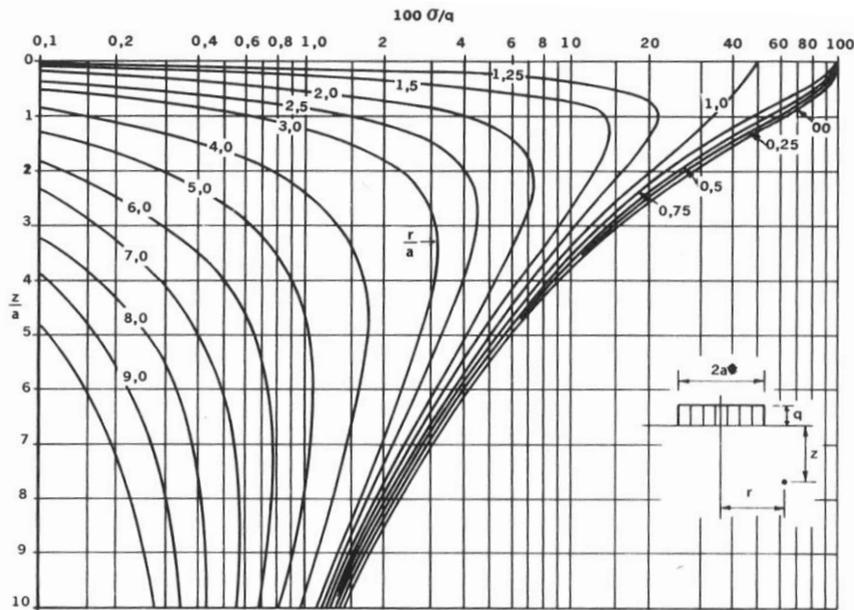


Figura3-4: Tensões verticais. (JIMÉNEZ SALAS, 1976, p. 216)

Este método tem o interesse não de sua aplicação, mas de a forma de entender o solo como um meio elástico. As propostas mais atuais e próximas à realidade são aquelas que consideram o solo com suas características reais de deformabilidade diferencial (módulo) e não com sua capacidade integrada (balasto). Por isso este método dá lugar à família de métodos denominados métodos elásticos que também incluem os métodos elasto-plásticos que são uma variação deste modelo incluindo o comportamento não linear mecânico do terreno.

3.3. Modelo de Winkler

Winkler em 1867, desenvolveu um modelo aplicável a uma viga horizontal apoiada em um lecho elástico, supondo proporcionalidade entre a pressão no solo e o assento. Também se conhece como modelo de balasto porque se utilizou para a determinação dos esforços em travessas.

La constante de proporcionalidad entre presión y asiento se llama *módulo de Winkler* aunque es más conocido como *coeficiente de balasto*.

Bajo estas condiciones en el caso de una viga sometida solo a su peso propio, si el balasto fuese constante, se determinaría un asiento constante en toda la viga. Esto equivale a suponer que la viga está sobre un líquido de densidad igual a su coeficiente de balasto (el balasto tiene unidades de peso específico). Debido a esta analogía, también se conoce dicho método como el de la *viga flotante*.

Sin embargo la realidad del terreno no es hidrostática, ya que el balasto no es constante debajo de cualquier punto del cimiento, porque depende de su distancia al borde: no es lo mismo el balasto en el borde que el balasto en el centro; y depende de la dimensión del cimiento: no tiene el mismo balasto un cimiento de dimensión B ó de dimensión 2B.

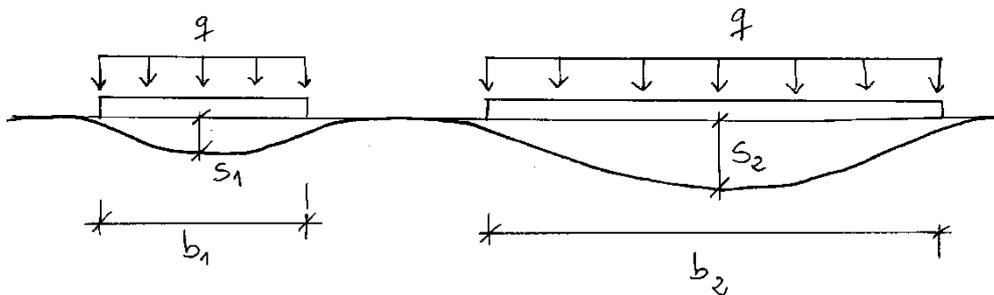


Figura 3-5: A igualdad de carga, cimientos con diferentes dimensiones tiene diferentes asientos.

El problema que se trata de resolver es el expresado por la siguiente ecuación que expresa el equilibrio de la rebanada de viga:

$$\frac{dQ(x)}{dx} = q(x) - p(x)$$

(21)

Donde

$q(x)$ Distribución de tensiones

$p(x)$ Distribución de cargas

Teniendo en cuenta la hipótesis de Bernoulli y el comportamiento elástico del material de la viga, expresado en la siguiente ecuación:

$$M(x) = -EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2}$$

(22)

Y sabiendo que

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = \frac{dQ(x)}{dx}$$

(23)

Se obtiene la expresión general:

$$-EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4} = q(x) - p(x)$$

(24)

Los datos en esta ecuación diferencial son E , I y la carga q , mientras que el asiento y la reacción son las incógnitas por lo que, para resolverla, es preciso aportar una condición que las vincule.

Winkler (1867) propuso la vinculación proporcional del asiento y la tensión y con ello consiguió una sola ecuación de solución más sencilla.

$$p(x) - k \cdot y(x) = EI \frac{d^4 y(x)}{dx^4}$$

(25)

Algunos autores intentaron mejorar la propuesta para tener en cuenta el terreno alrededor del cimiento, que en la solución de Winkler no se tiene en cuenta. Filonenko y Borodich (HORVATH, 2002, p. 49; RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 151) proponen introducir una membrana elástica pretensada que da continuidad a los muelles de Winkler. O, por ejemplo Pasternak (HORVATH, 2002, p. 48) coloca sobre los muelles unos

elementos que solo se deforman por cortante, para transmitir hacia fuera de la losa el efecto del asiento. Otros autores, como Repnikov (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 152) han tenido en cuenta la variabilidad de rigidez con la profundidad asumiendo crecimientos parabólicos o lineales.

Ninguno de estos métodos ha triunfado sobre el de Winkler, pues aun siendo éste un modelo con limitaciones es tremendamente sencillo de aplicar especialmente en programación de código matricial o de MEF.

La ecuación de Winkler ha sido integrada para diferentes posiciones de las cargas y la literatura científica es prolífica en tablas que solucionan diferentes casos particulares.

Aportamos aquí, a título de ejemplo, alguna de ellas.

Para resolver la ecuación de una forma más general se utiliza la variable adimensional denominada *Longitud elástica*:

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4E_c I}{Bk}}$$

(26)

Donde:

E_c Modulo de deformación del hormigón

I Inercia de la sección transversal de la viga

B Dimensión de la viga

k Coeficiente de balasto del terreno

En la ecuación diferencial, cambiando la abscisa x por la abscisa relativa $\xi=x/L_e$, se obtiene la siguiente ecuación diferencial reducida:

$$\frac{d^4 y(x)}{d\xi^4} - 4y = \frac{4}{k} q$$

(27)

El caso más conocido de solución de esta ecuación de Winkler es el de una carga puntual en el extremo. En este caso, la solución analítica es:

$$M = \frac{PL}{4} \Psi_3$$

(28)

$$\Psi_3 = e^{-\xi} (\cos \xi - \text{sen } \xi)$$

(29)

Las expresiones del Momento y del asiento, el giro y el cortante son parecidas y dan lugar al siguiente gráfico siguiente:

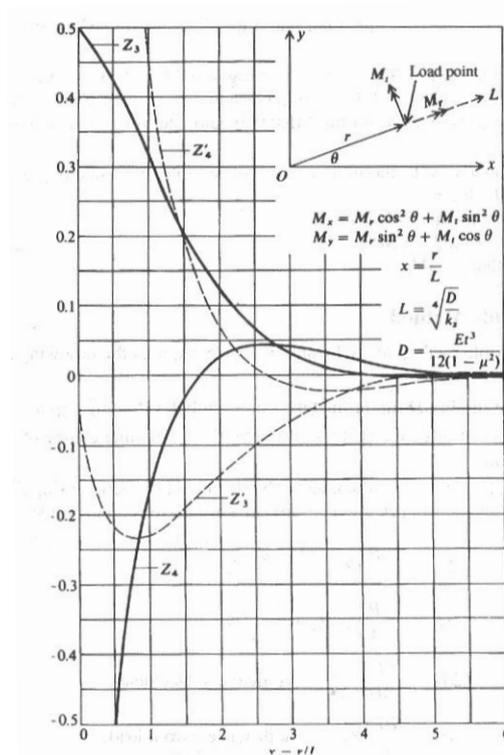


Figura 3-6: Forma de la distribución de asiento, momentos y cortantes en una viga flotante,

(HETENYI, 1946, p. 104)

Algunos autores (MUZÁS, 2007, pp. 600-607 y RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, pp. 153-163) aportan soluciones de diferentes casos de carga que, combinados, permiten obtener soluciones de casos algo más complejos.

Tomaremos de este modelo el interesante valor de la longitud elástica que servirá sin duda para intentar adimensionalizar el problema que queremos resolver.

Este modelo tiene una serie de valores que lo hacen útil:

- Sencillez de aplicación manual para sencillos casos de carga
- Sencillez para ser implementado en un código de cálculo por ordenador. a través de un método numérico..
- El comportamiento del terreno no es lineal por lo que el balasto representa un comportamiento medio

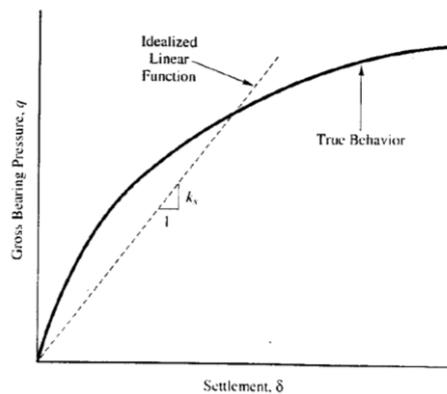


Figura 3-7: Relación tensión deformación de un suelo y simplificación del balasto

- De acuerdo con este análisis, un cimiento cargado uniformemente tendrá un asiento uniforme, y todos los muelles estarán uniformemente cargados. Aunque, realmente, el asiento en el centro en cualquier losa es mayor que en el extremo, lo cual indica que el asiento no es uniforme y por tanto la medida del balasto=presión/ asiento también lo será (CODUTO, 2016, p. 359; DE MIGUEL, 2011, p. 52).

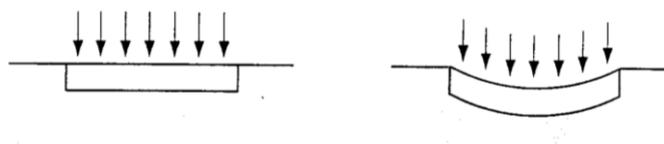


Figura 3-8: Asiento de una losa. Izda.: aproximación de Winkler. Dcha: real

- En el método del balasto los muelles (como a veces se llama al balasto) no actúan entre ellos cuando, en realidad sí lo hacen pues el comportamiento del terreno depende del terreno adyacente.
- En definitiva, el balasto de un cimiento no se puede representar correctamente por un único valor.

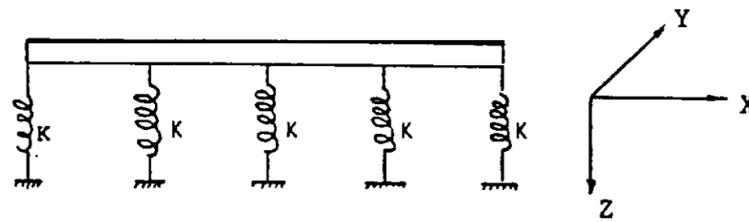
No es hasta 1955, cuando Terzaghi (TERZAGHI, 1955) publica los primeros valores estimativos del balasto en diferentes suelos, y es entonces cuando el método de Winkler alcanza su más importante desarrollo.

No hay que olvidar además, que no solo la tabulación de casos particulares para cálculos de viga flotante sino también su fácil implantación en los códigos numéricos de los *softwares* comerciales han hecho que este método siga siendo el más utilizado.

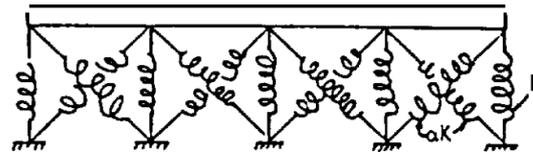
A partir de los trabajos de Terzaghi, SHULTZE, 1961, desarrolla un interesante trabajo sobre la influencia de la rigidez en la presión de contacto suelo-cimiento.

3.3.1. Método acoplado

Para evitar el problema de falta de relación entre muelles cercanos, algunos autores (BABAN, 2016, CODUTO, 2016, p. 359, HORVATH, 1984) han propuesto el *método acoplado*. Dicho método consiste en unir los muelles verticales adyacentes con otros muelles que relacionan deformaciones entre ellos.



(a) Uncoupled springs



(b) Coupled springs

Figura 3-9: Modelización de la interacción suelo-estructura utilizando muelles acoplados

(ACI, 1998, p. 16)

En principio esta aproximación es más precisa que el modelo sencillo de Winkler pero como todos los modelos complejos aparece la dificultad al tener que definir las variables de estos nuevos elementos introducidos.

3.3.2. Método pseudo-acoplado

El método pseudo-acoplado (LIAO, 1991; HORVATH, 1984) pretende resolver el mismo problema que el método acoplado (interacción entre muelles adyacentes) pero proponiendo otro sistema. En lugar de relacionar físicamente los muelles adyacentes, se van a mantener independientes y se propone una modificación progresiva de sus valores en función de la ubicación relativa dentro de la losa.

Para losas uniformemente cargadas, que es en las que el método se enfoca, se indica que una apropiada valoración de los muelles bajo una losa debe tener en cuenta que en el perímetro los muelles deben ser más rígidos que en el centro.

“Si hay columnas en la losa los efectos de estas deben ser superpuestos al caso de la carga uniforme” Este método en su desarrollo no indica en qué forma se modifica el balasto por la presencia de columnas. Sí indica, sin embargo que se obtiene valores razonables cuando el balasto en los bordes es el doble del balasto en el centro.

Aunque tampoco indica, y es un problema de este método, cómo calcular el balasto de referencia sobre el que hacer las multiplicaciones (HORVATH, 2002, p. 68).

Este concepto de variación de balasto entre el centro y los bordes se aplica de la siguiente manera.

- Dividir la losa en áreas concéntricas como se muestra en la figura. La parte interna debe ser de la mitad de longitud y la mitad de ancho que la losa completa.

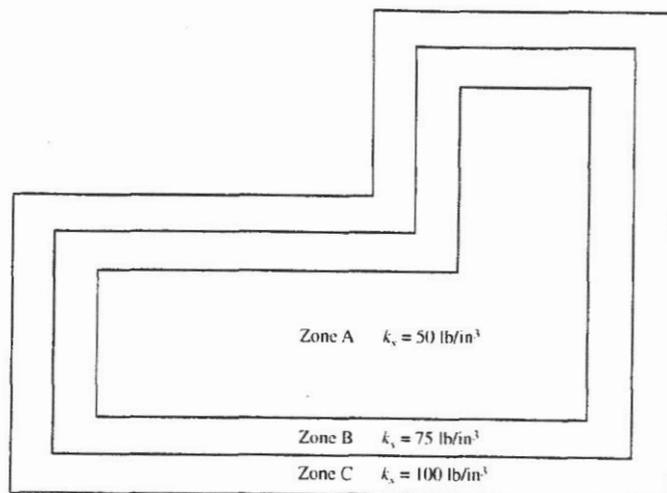


Figura 3-10: Losa dividida en zonas para aplicar el método pseudoacoplado

(CODUTO, 2016, p.361)

- Aplicar a cada zona el doble de balasto de la anterior, con el valor mayor en el borde.
- Evaluar los esfuerzos y asientos de la losa aplicando el método de Winkler con estos valores de balasto diferenciados

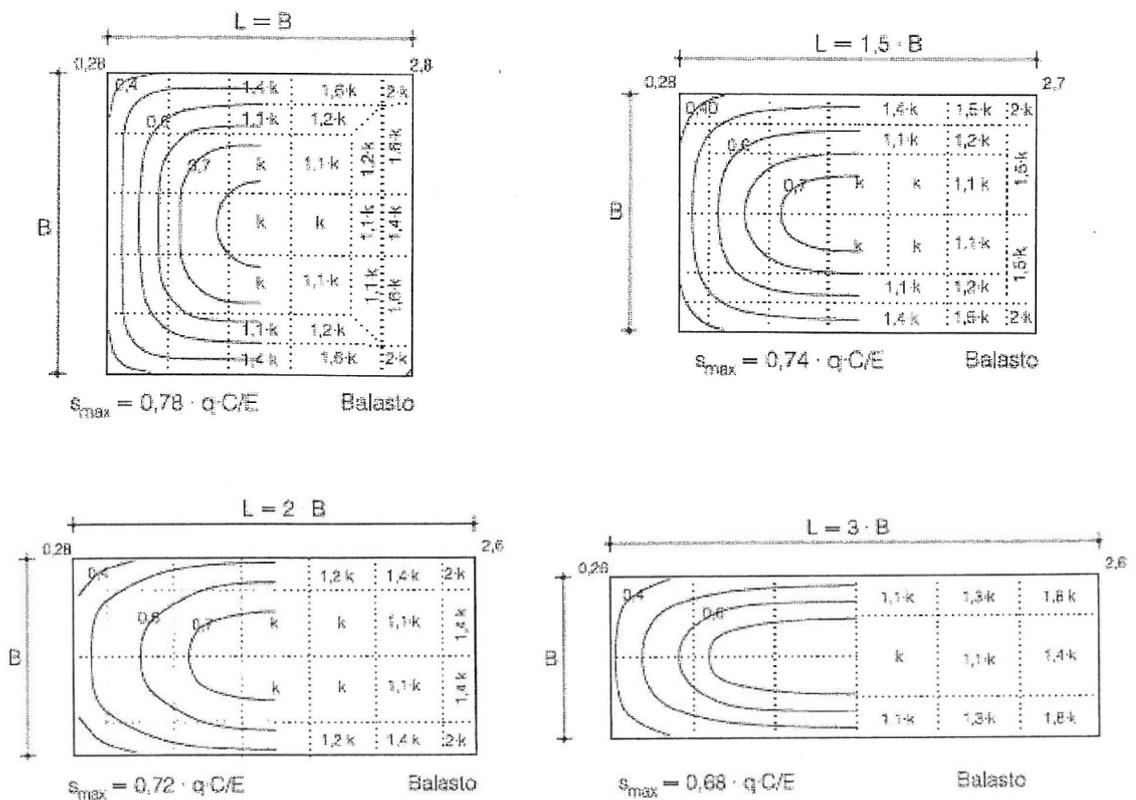
3.3.3. Método pseudo-acoplado II

De Miguel (DE MIGUEL, 2011) propone una generalización del método pseudo-acoplado, sin llamarlo así, para losas de diferentes formas cargadas uniformemente.

La obtención del balasto por áreas se determina mediante la aplicación de una carga sobre un semiespacio elástico de la misma forma en planta que la losa en cuestión. Los asientos se obtienen aplicando la solución de Steinbrenner de la fórmula de Boussinesq.

El valor analítico del asiento de la superficie así obtenido, dividido por la carga constante aplicada, arroja el valor del balasto que, evidentemente tendrá una variación más o menos concéntrica.

Las figuras siguientes muestran los valores obtenidos por De Miguel (DE MIGUEL, 2011, pp. 58-60) que son sensiblemente diferentes a los propuestos por ACI (ACI, 1998, §6.7)



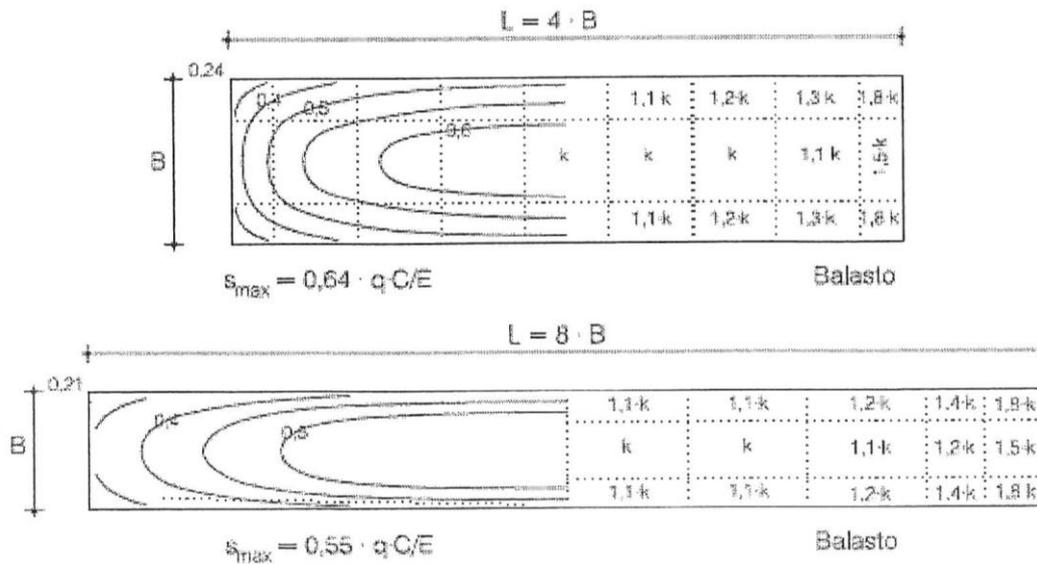


Figura 3-11: Valores de balasto para diferentes formas de losa (DE MIGUEL, 2011, p. 59)

3.4. Métodos rígidos

Los métodos rígidos son métodos muy simplificados pero recogidos en la literatura (MORÁN, 2007, pp. 388-389; CALAVERA, 2015, pp. 239-243; CODUTO, 2016, pp. 364-365; TSUDI, 2006).

“Para losas de menor importancia” (MORÁN, 2007, p. 388) se pueden utilizar distribuciones aproximadas de presiones. Si la losa fuera muy flexible (grandes luces en comparación con el canto) y el suelo poco deformable, podría suponerse un reparto triangular por trozos (fig. a). Para losas normales, puede suponerse reparto uniforme por trozos (fig. b). Si la losa fuera muy rígida (luces pequeñas en comparación con el canto) y el suelo muy deformable, habría que suponer reparto lineal global (fig.c).

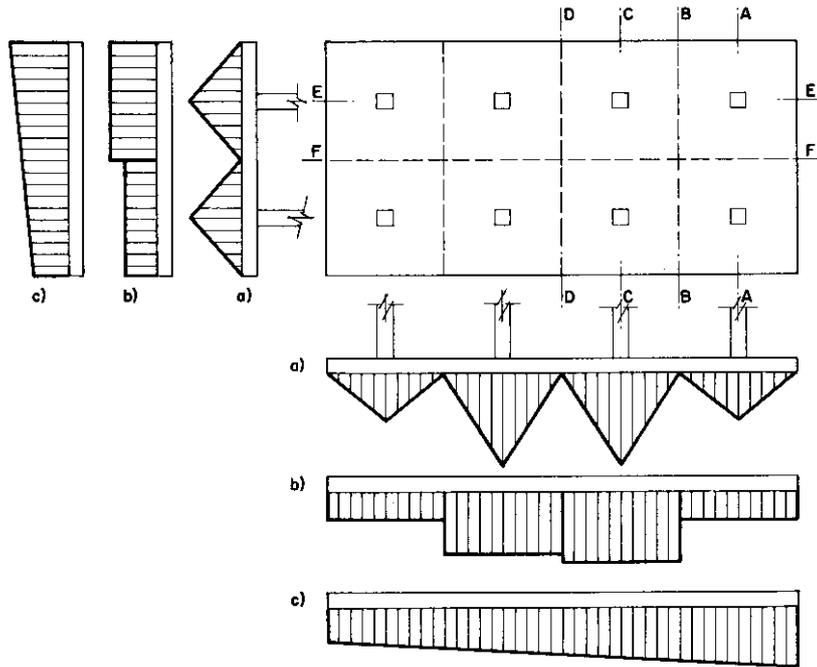


Figura 3-12 Distintas distribuciones simplificadas de presiones (MORÁN, 2007, p. 389)

Conocidas las cargas de los pilares y las presiones del terreno, calculadas repartiéndose isostáticamente el axil en la forma elegida, se determinan por secciones los esfuerzos en las dos direcciones. Las armaduras totales resultantes en estas secciones deben repartirse con “buen criterio” (MORÁN, 2007, p. 389) en las mismas, concentrando las barras en las bandas de pilares en forma análoga a como se hace en las losas sobre apoyos aislados.

Se puede ver una simplificación pero bastante didáctica de la respuesta del terreno en diferentes tipos de suelo atendiendo a la rigidez.

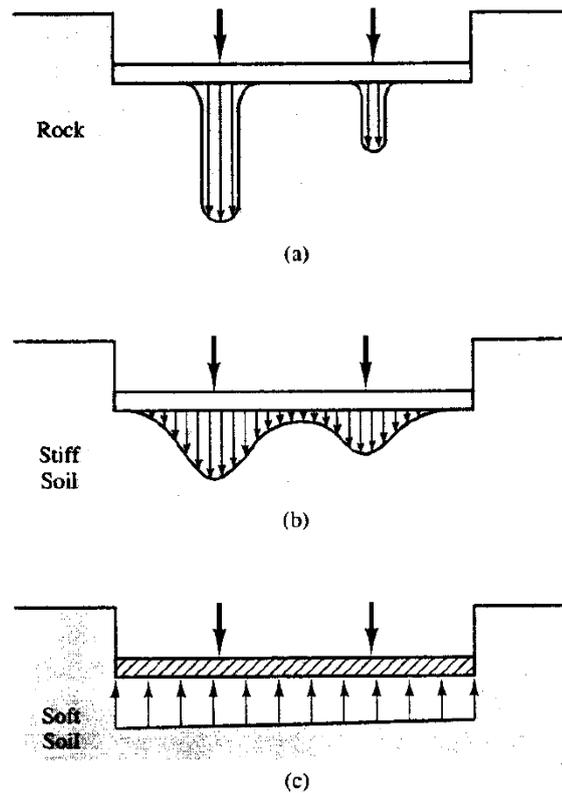


Figura 3-13: Distribución de presiones bajo una losa en función de la rigidez del suelo. (CODUTO, 2016, p. 356)

3.5. Métodos numéricos

No vamos a entrar en el detalle de los métodos numéricos, simplemente enunciarlos y referirnos a literatura especializada que los desarrolla en detalle.

En esta Tesis utilizamos el método de elementos finitos como una herramienta probada en un programa de cálculo también muy utilizado SOFiSTiK.

Es importante decir que los modelos numéricos emanan de una clasificación diferente que los métodos elásticos o de balasto, pues permiten la adopción de cualquiera de ambos métodos en su código.

3.5.1. Método de las diferencias finitas

El método de las *diferencias finitas* es otro de los métodos de integración numérica utilizados y conduce a la resolución de un sistema de ecuaciones lineales.

Se divide para ello la losa mediante una malla que se adapte a su contorno; en el caso de losa rectangular la malla puede ser rectangular o cuadrada. Se eligen como incógnitas los asientos w en los vértices de la malla. En función de los mismos pueden expresarse las derivadas, y, por tanto, los esfuerzos y la ecuación de equilibrio de la losa. Para puntos próximos a los bordes es necesario utilizar los asientos en puntos ficticios situados fuera de la losa, que se obtienen empleando las condiciones del borde.

Las ventajas de este sistema son (BOWLES, 2012, p. 553):

- Ha sido ampliamente utilizado y se puede usar como método de comprobación de resultados de métodos alternativos.
- Es útil si la losa puede ser fácilmente discretizable con una malla de diferencias finitas. Suele ser problemático en casos geoméricamente complejos.
- Es un método rápido que gasta poco tiempo de ordenador. Y el número de líneas de código puede ser un orden de magnitud menor.

Las desventajas del método están relacionadas con la geometría y son:

- Es difícil modelar condiciones de contorno complejas, por ejemplo pilares en el borde.
- Es difícil modelar huecos o bordes entrantes.
- Es difícil modelar momentos puntuales.

3.5.2. Método de los elementos finitos MEF

Tanto en ese método con el método del emparrillado se trata de discretizar la estructura, sustituyéndola por otra equivalente formada por trozos elementales. La principal diferencia con respecto al método de diferencias finitas es que allí lo que se discretiza era la función w . Mientras que allí el problema estructural de la losa se planteaba rigurosamente, dando lugar a un problema matemático complejo, que debía resolverse de forma aproximada, aquí el problema estructural se plantea de forma aproximada, para que el problema matemático resultante sea sencillo y pueda resolverse exactamente.

El método de los elementos finitos la losa se sustituye por una serie de elementos de forma cuadrangular o triangular, pudiendo variar las dimensiones y características elásticas de un elemento a otro. Suelen tomarse como incógnitas los asientos w y sus derivadas $\delta w/\delta x$, $\delta w/\delta y$ en los vértices de los elementos. Se supone que los asientos w dentro de cada elemento vienen dados por una función sencilla (por ejemplo, un polinomio), cuyos coeficientes numéricos quedan fijados una vez conocidos los valores de la función y de sus derivadas en los vértices del elemento. De esta forma, aun siendo distintas la función w y sus derivadas de un elemento a otro, se garantiza la compatibilidad de deformaciones entre elementos contiguos al ser iguales sus valores en los vértices. Las condiciones de equilibrio de los distintos elementos (o lo que es equivalente, la condición de mínimo de la energía potencial total, función de las incógnitas escogidas) nos proporcionan un sistema de ecuaciones lineales, que una vez resuelto permite el cálculo inmediato de desplazamientos y esfuerzos en la losa.

3.5.3. Método del emparrillado

El *método del emparrillado* ha sido también bastante utilizado. La losa se asimila a un emparrillado de vigas en retícula en dos direcciones. A cada viga se le atribuye la inercia a flexión de la franja de losa correspondiente, y una inercia a torsión doble que su inercia a flexión. Las cargas se reparten entre las vigas en las dos direcciones; o, si la malla es suficientemente tupida, se suponen actuando en los nudos de la malla.

3.5.4. Método FGM

El *Finite Grid Method* es utilizado y recomendado por Bowles (BOWLES, 2012, pp. 558) y Gupta (GUPTA, 1997)

El FGM es similar al método de elementos finitos aplicados a una viga, pero extendido a un sistema viga-columna que tiene torsión y utilizado para una losa. Se puede encontrar un ejemplo desarrollado de su forma de uso en las referencias citadas.

Es especialmente recomendado por estos autores para analizar losas de cimentación us tiene las siguientes ventajas:

- El output es fácil de interpretar puesto que los elementos solo tienen flexión y torsión.
- Es sencillo obtener cortantes en los extremos de los elementos.
- Es sencillo introducir momentos en la base de los pilares.
- Las condiciones de contorno se modelizan muy fácilmente, como en los modelos FEM

3.6. Método de los Pórticos Virtuales

MORÁN, 2007, p. 389:

El cálculo de la losa como losa o emparrillado invertido apoyado en los pilares carece de justificación, ya que equivale a admitir que no se producen desnivelaciones entre los pilares (lo cual es incorrecto), obteniéndose reacciones en los mismos que no coinciden con las cargas dadas. Tampoco es recomendable el cálculo como vigas flotantes en dos direcciones, ya que suele partir de groseros repartos apriorísticos de la carga de los pilares en esas dos direcciones.

A pesar de las opiniones en contra de varios autores muy bien fundadas (ACI, 2011, §15.10.2; CALAVERA, 2007, p. 287), creemos que la analogía del pórtico virtual es un camino simplificado que merece la pena intentar recorrer.

No en vano el método de los pórticos virtuales no es más que la asimilación de una placa isótropa bidireccional por una serie de pórticos en dos direcciones en las que se asume un reparto de momentos por bandas.

Lo que evidentemente no es extrapolable es la cuantificación de esos momentos y sus porcentajes de reparto en bandas; pero lo que sí es utilizable es la estrategia. Es decir, se puede asimilar la losa de cimentación a una serie de pórticos y a partir del estudio de los esfuerzos que se hagan en esta Tesis, se podrán formular los nuevos porcentajes de momentos y los nuevos porcentajes de reparto en bandas.

Hay autores como Brown (BROWN, 1975, pp. 1-13) y Poulos (POULOS, 2000, p. 17) que han propuesto estudiar las losas como sucesiones de bandas (*strips*).

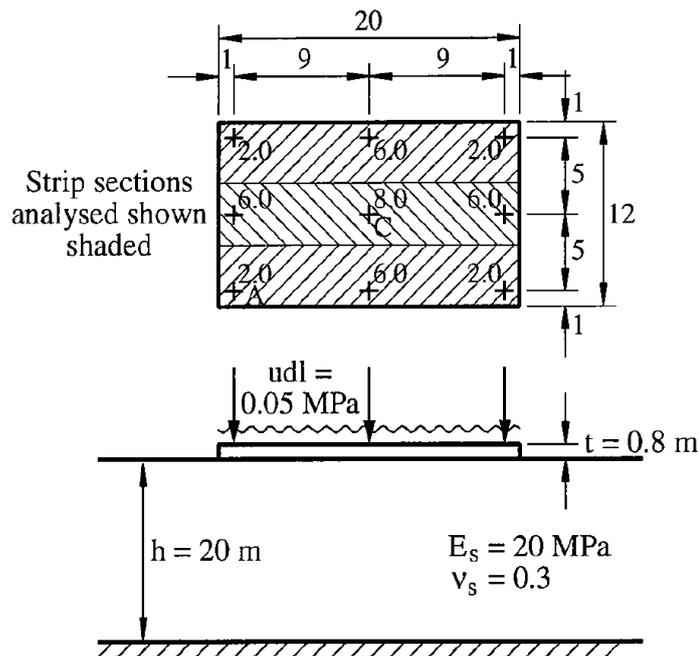


Figura 3-14: consideración de una losa como una sucesión de bandas. (POULOS, 2000, fig. 12)

3.6.1. Definición. Nomenclatura

El método de los pórticos virtuales para el análisis de losas sobre apoyos aislados consiste en suponer dividida la estructura, en cada una de las dos direcciones ortogonales, en una serie de pórticos virtuales. Cada pórtico virtual está constituido por una fila de soportes, y dinteles cuyo canto es el de la losa y cuyo ancho es el ancho total del pórtico, de forma que las inercias de la losa en ese ancho y del dintel del pórtico modelizado sean iguales.

Se llama *recuadro* a una zona rectangular de losa limitada por las líneas que unen los centros de cuatro soportes contiguos. Para una dirección dada, los recuadros pueden ser interiores o exteriores; así, se denomina recuadro interior aquel que, en la dirección considerada, queda situado entre otros dos recuadros, y recuadro exterior aquel que, en la dirección considerada, no tiene recuadro contiguo a uno de los lados. El recuadro punteado de la figura es interior en la dirección xx y exterior en la dirección yy .

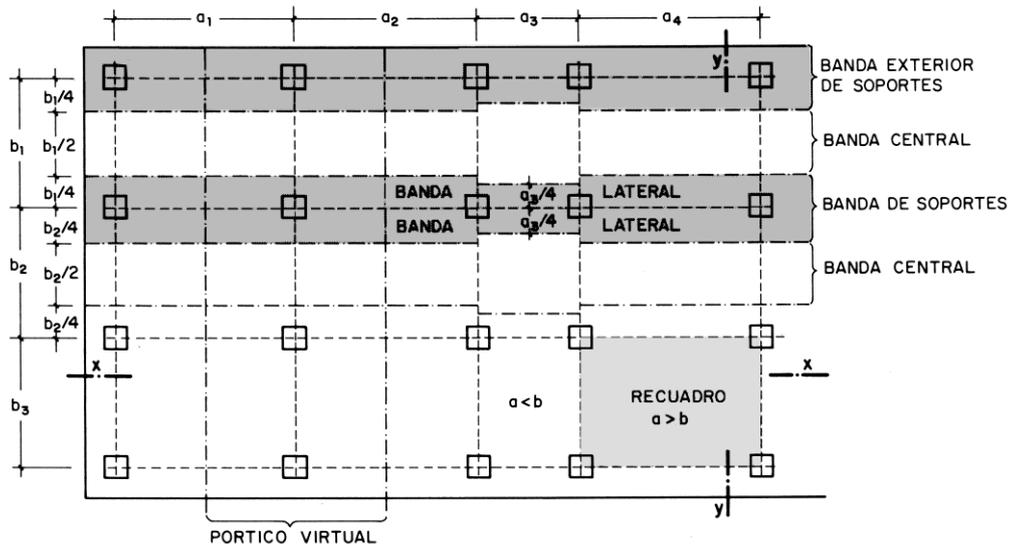


Figura 3-15 Definición de recuadro, bandas y pórtico virtual (MORÁN, 2007, p. 417)

Banda : cada una de las franjas ideales, paralelas a la dirección del vano que se considera, en que se supone dividido un recuadro o fila de recuadros.

Banda central: la situada en el centro de un recuadro o fila de recuadros y limitada por las dos bandas laterales correspondientes.

Banda de soportes: la formada por dos bandas laterales contiguas, situadas a ambos lados de la línea que une los centros de una fila de soportes.

3.6.2. Análisis

El método de los pórticos virtuales, en esencia, consiste en determinar los esfuerzos en las dos bandas en las que se divide el pórtico, banda de soportes y banda central. Para ello se calculan los esfuerzos totales del pórtico en su ancho completo (mediante el método directo o el método de los pórticos virtuales) y después se reparten en las dos bandas. El método supone un reparto plástico en dos bandas del momento total. La realidad elástica de un cálculo por ordenador no es la que resulta del método de los pórticos virtuales. Las leyes de momentos flectores en una dirección según un cálculo elástico son como las que

muestra la figura siguiente. La distribución es elástica y, por lo tanto, en cada zona de la losa existe un momento relacionado linealmente con su curvatura, que será diferente en cada punto.

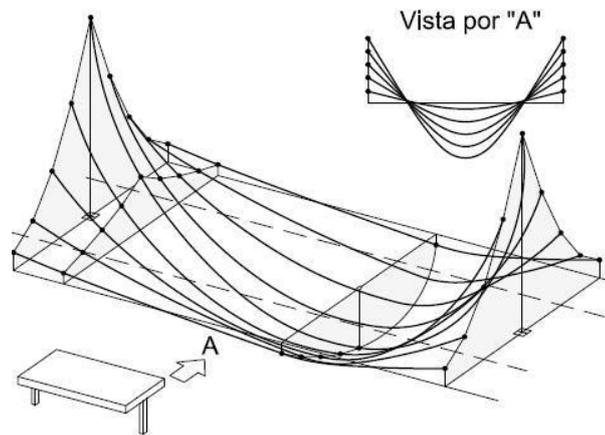


Figura 3-16: Ley (obtenida con un programa de ordenador) de momentos flectores en dirección x suponiendo un comportamiento elástico

Sin embargo, las leyes de flectores que se obtienen utilizando el método de los pórticos virtuales son las que muestra la figura siguiente. En ella se observa que los momentos flectores se reparten de forma plástica en el ancho de cada banda.

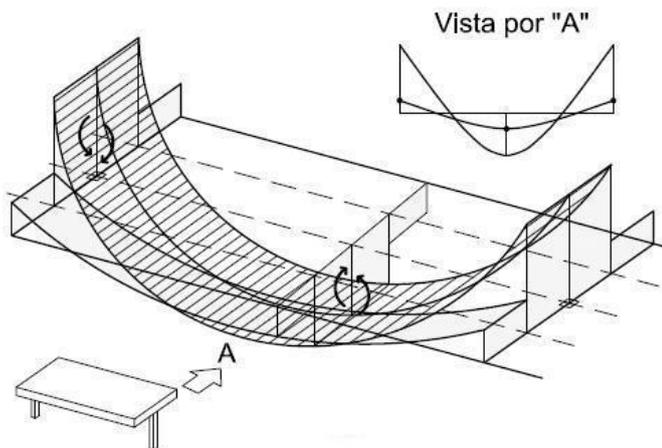


Figura 3-17: Ley (obtenida con un programa de ordenador) de momentos flectores en dirección x supuesta en el método de los pórticos virtuales.

3.6.3. Método directo

3.6.3.1. *Campo de aplicación*

El Código ACI (ACI, 2011, §13.6) propone, para la determinación de los momentos por vanos independientes, un método directo simplificado válido solamente para cargas verticales uniformes en cada vano, cuya aplicación se condiciona a que se cumplan las siguientes condiciones:

- un mínimo de tres vanos por dirección
- relación entre dimensiones a (luz) y b (ancho) de un recuadro tal que se verifique:
 $0,5 \leq a/b \leq 2$
- luces sucesivas que no difieran entre sí en más de 1/3 de la mayor
- la malla de soportes en planta debe ser sensiblemente ortogonal (Los soportes no se desviarán de los vértices teóricos de una malla ortogonal en más del 10 por 100 de la luz correspondiente a la dirección en la que se produce la desviación)
- la sobrecarga debe ser uniformemente repartida y no mayor del doble de la carga permanente.

3.6.3.2. *Momentos de referencia*

En cada vano, pueden adoptarse los indicados en la tabla siguiente, en función del momento isostático:

$$M_o = \frac{1}{8}(g + q) \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot a_e^2 \quad (30)$$

con los siguientes significados:

$g + q$ = carga permanente + sobrecarga por m² de losa;

b_1, b_2 = ancho de los recuadros adyacentes;

$(b_1+b_2)/2$ = ancho del pórtico en el vano;

a_e = luz libre del vano medida entre paramentos de soportes, con $a_e \neq 0,65a$

	<i>Caso A</i>	<i>Caso B</i>	<i>Caso C</i>
Momento negativo en apoyo exterior	30%	0%	65%
Momento positivo en vano	52%	63%	35%
Momento negativo en apoyo interior	70%	75%	65%

Caso A: Losa elásticamente empotrada en el soporte de borde y con continuidad en el otro extremo

Caso B: Losa

a simplemente apoyada en un borde y con continuidad en el otro

Caso C: Losa perfectamente empotrada en ambos bordes o con continuidad en ambos apoyos (vano intermedio)

Tabla 3-1: Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_o

Los momentos negativos corresponden a los paramentos de los soportes. La armadura negativa sobre un soporte interior se determinará a partir del mayor de los dos momentos negativos correspondientes a los extremos de los vanos que concurren en el mismo.

3.6.3.3. Reparto del momento de referencia en las dos bandas

Una vez obtenidos los momentos negativos y positivos de referencia en las secciones de centro de vano y de apoyo de la losa -bien sea por el método directo o por el de los pórticos virtuales- es preciso repartirlos entre las bandas de soportes y las bandas centrales correspondientes a cada pórtico virtual para proceder, a continuación, a la determinación de las armaduras de la losa.

Recuérdese que los pórticos virtuales interiores en cada dirección principal constan de la banda de soportes y de dos semibandas centrales. Cuando en el reparto de momentos se haga referencia a la banda central, se entenderá como el conjunto de las dos semibandas mencionadas.

En la siguiente tabla se indican los porcentajes que corresponden a las distintas bandas, en el reparto de los momentos de referencia. Los porcentajes dados en esta tabla son válidos tanto para los pórticos interiores como para los exteriores.

Tipo de banda	Momentos negativos		Momentos positivos
	Sobre soportes interiores	Sobre soportes exteriores	En cualquier vano
Banda de soportes	75	100	60
Banda central	25	20	40

Tabla 3-2: Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas

Se permite una modificación del 10% de los momentos en bandas y entre el negativo y el positivo de un mismo vano siempre que se respeta que los momentos de un vano, en total, suman el momento isostático (condición de equilibrio)

3.7. Parámetros que miden la rigidez relativa entre la losa y el terreno

3.7.1. Longitud elástica

Las abscisas (distancias a la carga) de la ecuación de Winkler se pueden hacer adimensionales mediante la *longitud elástica* (MUZÁS, 2002, p. 28 y CTE, 2007, p. 126]

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{4E_c I}{Bk}}$$

(31)

Dicha expresión expresa la rigidez de la losa ($E_c I$) en función de la rigidez del terreno y toma valores máximos para losas de mucho espesor y valores mínimos para terrenos muy rígidos.

Para un rango de espesores de losa entre 0,5 y 1,5 m y un rango de Módulos de terreno entre 10.000 y 150.000 kPa, se obtienen unos valores de la longitud elástica entre 1,5 y 6 m.

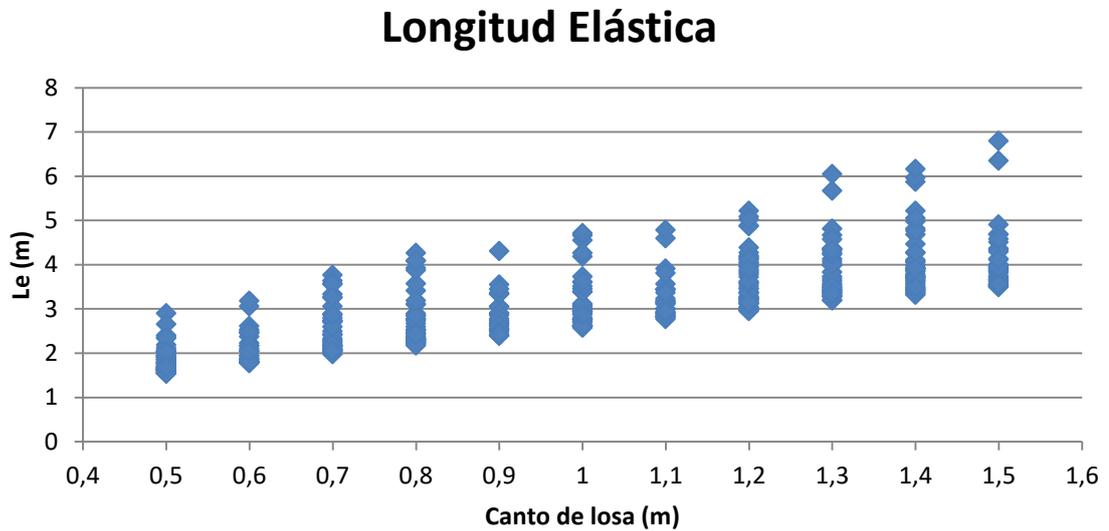


Figura3-18: Nube de posibles valores de la longitud elástica, en m, en función del canto de la losa, para los rangos de valores expuestos

Prestando atención al gráfico de esfuerzos de una carga se observa que el momento cambia de signo a $\pi/4 \cdot L_e$ y desaparece a $\pi \cdot L_e$

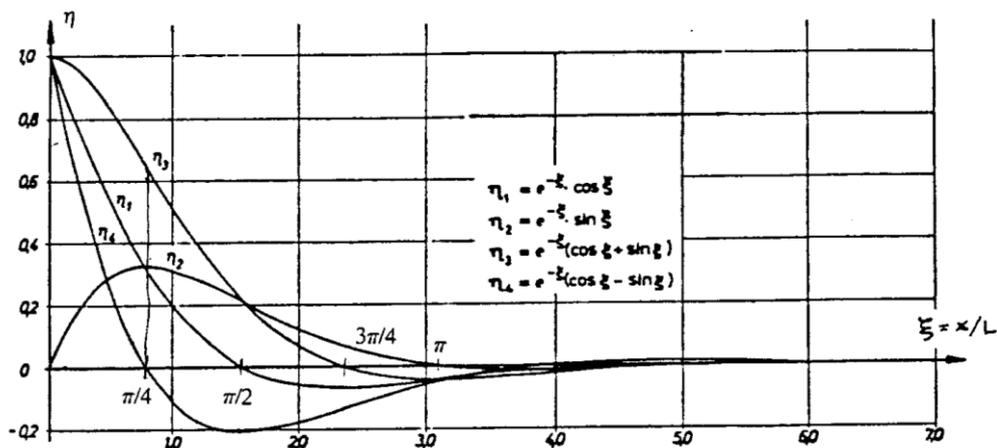


Figura 3-19: Variación de los esfuerzos y deformaciones en una losa sometida a una carga puntual en su extremo. η_1 cortante; η_2 giros; η_3 asientos; η_4 flectores. (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989,

p. 153)

En el gráfico de esfuerzos y presiones debidos a una configuración de cargas P separadas una distancia l se observa que la presión bajo la carga y en el medio de dos cargas es igual si la distancia entre cargas es menor de 1,7 ($\xi=\pi/2$) lo que indica que para cargas separadas menos de $\pi/2L_e$ la losa se puede considerar rígida.

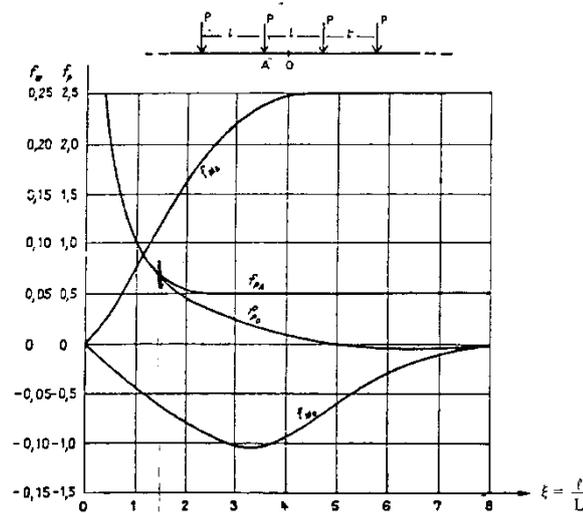


Figura 3-20: Variación de los Flectores f_m y de las presiones bajo la losa f_p , bajo el pilar y entre pilares. (RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, p. 155)

Tomando como ejemplo una losa de 60 cm y un terreno de $E= 20.000$ kPa, condiciones ambas bastante normales en losas de edificación en terrenos medios, la longitud elástica resulta ser 5,8 m.

Así pues, utilizando la figura anterior, para luces entre pilares menores de $1,5L_e = 8,50$ m la losa se puede considerar rígida, es decir, la distribución de tensiones puede considerarse constante. Veremos que esta condición no se cumple en los modelos no lineales introducidos, incluso con valores de longitud elástica bastante menores,

El CTE (CTE, 2007, §E3) utiliza este mismo concepto para diferenciar zapatas rígidas de flexibles a efectos de respuesta del terreno y propone que habrá respuesta uniforme cuando el vuelo sea menor que $\pi/4 \cdot L_e$. Esa condición, para zapatas de 60 cm en un terreno

rígido supone vuelos de 2,5 m, condición que suele cumplirse holgadamente, en zapatas habituales.

Como revisión crítica de esta *longitud elástica* se puede aportar que, en realidad el denominador oculta el valor del módulo de deformación. Efectivamente si se expresa el balasto como el cociente entre el módulo y la dimensión de la cimentación, el denominador kB pasa a ser directamente un múltiplo del módulo de deformación del suelo E_g . concretamente, tal y como se propone en esta tesis, $k \cdot B = E/0,7$ y, por tanto la longitud elástica podría expresarse como:

$$L_e = \sqrt[4]{\frac{3E_c I}{E_g}}$$

(32)

3.7.2. Rigidez relativa losa-terreno

La rigidez relativa entre losa y terreno puede medirse, por ejemplo con el siguiente cociente (CTE 2007, §E2)

$$K_r = \frac{E_e I_e}{E_g B^3}$$

(33)

A los efectos de esta tesis, la estructura superior se considera únicamente transmisora de cargas y no portadora de rigidez alguna. Se recomienda, como línea de investigación futura el estudio de la influencia de la estructura superior en este comportamiento.

Por lo tanto, la inercia de la estructura superior será la inercia de la losa por metro de ancho. De esta forma, la expresión puede ponerse de la forma:

$$K_r = \frac{E_e h^3}{12E_g B^3}$$

(34)

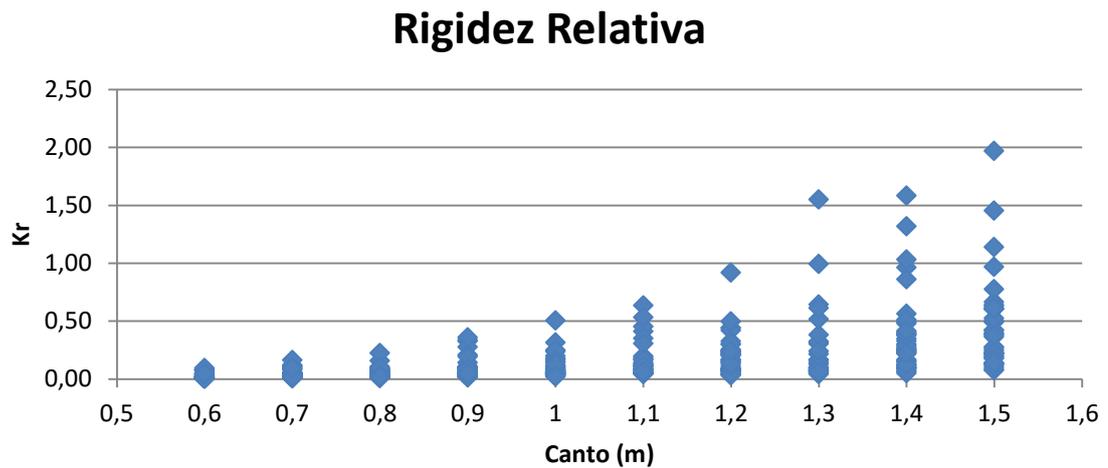


Figura 3-21: Nube de posibles valores de la rigidez relativa k_r en función el canto, para un abanico habitual de datos (E_g entre 20.000 y 150.000 kPa; B entre 5,0 y 10,0 m).

Como se puede observar, esta rigidez relativa es adimensional y varía proporcionalmente al canto de la losa e inversamente a la dimensión del cimiento. Sus valores más probables están alrededor de 0,2.

Todos estos coeficientes, se refieren a la dimensión del cimiento pues han sido pensados para zapatas. Si se usan dimensiones de losas de cimentación (decenas de metros), el denominador se hace muy grande y el coeficiente se hace muy pequeño. Pero esta extrapolación no es correcta, cuando se hable de rigidez relativa de las losas, ha de proponerse como dimensión del cimiento la semisuma de las luces consecutivas que llegan al pilar.

En el caso que propone el CTE, que es el caso de zapatas, introduciendo una nube con valores más habituales en zapatas, se obtiene un valor medio de la rigidez de 1, es decir que la gran mayoría de las zapatas son rígidas a efectos de tensión uniforme en el terreno.

“Se considerará que la estructura es rígida en relación con el terreno cuando $K_r > 0,5$. Si $K_r < 0,5$, se considerará flexible.” (CTE, 2007, p. 126)

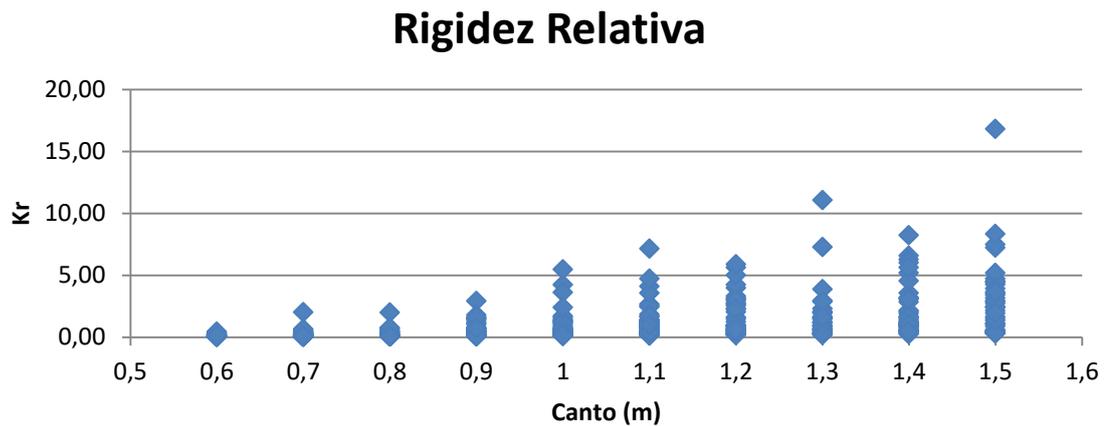


Figura3-22: Nube de posibles valores de la rigidez relativa k_r en función del canto, para un abanico habitual de datos en zapatas (E_g entre 20.000 y 150.000 kPa; B entre 2,50 y 6,0 m).

3.7.3. Propuesta de rigidez relativa losa-terreno

El concepto de rigidez relativa losa-terreno es muy importante para intentar homogeneizar adecuadamente los resultados del estudio de esta tesis. y por ello se propone un cociente diferente que permite tener en cuenta aspectos que otros cocientes no tienen.

La base de partida es la misma que la del cociente k_r , del apartado anterior. En el numerador se dispone la rigidez de la losa y en el denominador la rigidez del terreno.

La rigidez de la losa es directamente proporcional a EI e inversamente proporcional a la distancia entre pilares L , es decir:

$$k_{losa} = cte_1 \frac{E_c I}{L^4}$$

(35)

Si la losa es de recuadros cuadrados:

$$k_{losa} = cte_2 \frac{E_c L h^3}{L^4}$$

(36)

Si utilizamos la inercia por metro de ancho, para compararla con la del terreno, se tiene:

$$k_{losa} = cte_2 \frac{E_c h^3}{L^4}$$

(37)

La rigidez del terreno es su balasto, que evidentemente es muy diferente en cada punto pero el sistema tiene un balasto medio y a ese hay que referirse.

$$k_{losa} = k(balasto) = cte_3 \frac{E_g}{B}$$

(38)

Llamaremos E_g (de *ground*) al módulo del suelo, B es la dimensión de la losa, y el cociente de ambas expresiones da lugar a la siguiente expresión:

$$k_r = \frac{E_c h^3}{k L^4}$$

(39)

Esta expresión adimensional será la que se utilice para intentar explicar los fenómenos de flexión en losas de cimentación de forma adimensional.

Formalmente se parece bastante a la fórmula propuesta por el CTE (CTE, 2007, p. 127) pero su obtención permite garantizar cual es el significado de las variables involucradas, pues en dicha norma no se detalla el caso de losas.

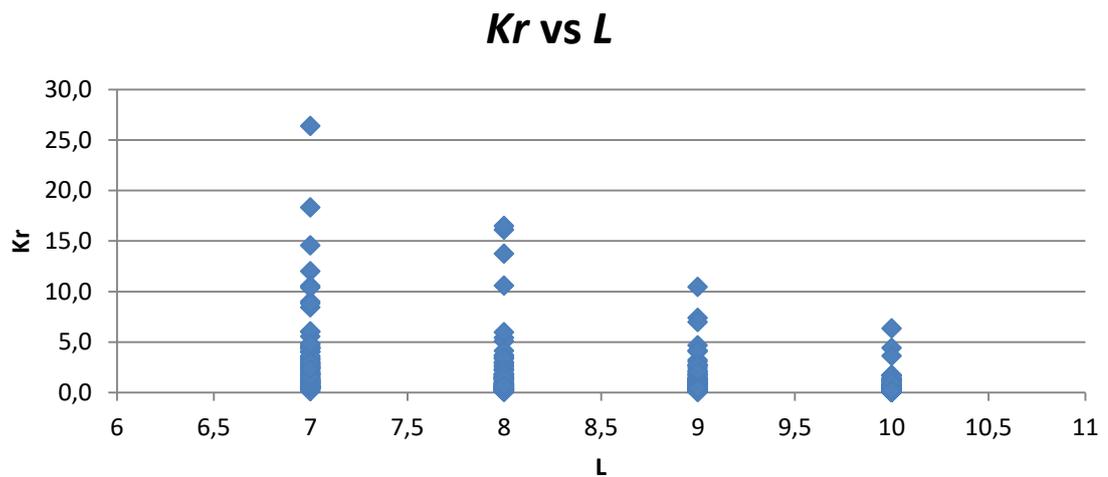


Figura3-23: Nube de valores de k_r vs. Luz, para un rango de valores habitual.

Los valores de k_r que podrían considerarse extremos de casos convencionales podrían ser:

- Losa muy rígida en terreno blando:
 - $h=0,9\text{m}$; $L = 6,0\text{m}$; $k=1000 \text{ kPa/m}$
 - $k_r = 15$
- Losa muy flexible en terreno duro:
 - $h=0,5\text{m}$; $L = 8,0\text{m}$; $k=2000 \text{ kPa/m}$
 - $k_r = 0,1$

El análisis de losas que se desarrolla en los siguientes capítulos tendrá unos valores de rigidez entre 1 y 30.

Referencias citadas

ACI Committee 336, 1998. *Suggested Analysis and Design Procedures for Combined Footings and Mats.*

ACI Committee 318, 2011. *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*

- Baban, Tharwat M., 2016, *Shallow foundations discussions and problem solving* Ed Wiley Blackwell
- Bowles, J. E., 2012. *Foundation Analysis and Design*. (5^a ed.). New York, U.S.: Mc Graw-Hill Book Company.
- Calavera, J., 2015, *Cálculo de estructuras de cimentación*. Madrid: Intemac.
- Coduto, D.P, Yeung, M.R. Kitch, W., 2016, *Foundation Design: Principles and Practices*, 3rd Edition, Ed. Pearson.
- CTE, DB, SE C, 2007, *Seguridad estructural: cimientos* BOE 23/10/2007
- De Miguel, JL. 2011, *Creo que lo tengo, me refiero a lo del balasto*, Notas para los estudiantes del Máster ETSAM
- Gupta, S. C., 1997. *Raft Foundation, Design and Analysis with a Practical Approach*. New Delhi, India.: NEW AGE INTERNATIONAL (P) LIMITED, PUBLISHERS.
- Hetenyi, M., 1946. *Beams on Elastic Foundation*. University of Michigan Press. Ann Arbor, pp. 100-106.
- Horvath, J. S., 2002. *Soil-Structure Interaction Research Project. Basic SSI Concepts and Applications Overview*. New York, U.S.A.: Manhattan College School of Engineering.
- Horvath, J. S., 1984. *New subgrade model applied to mat foundations*, Journal of Geotechnical Engineering, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol.109, No. 12, pp. 1567-1587;
- Jimenez Salas, JA et al., 1976, *Geotecnia y cimientos* Vol I y II, Ed. Rueda, Madrid
- Liao, S. S. C., 1995. *Estimating the coefficient of subgrade reaction for plane strain conditions*, Geotechnical Engineering, published for The Institution of Civil Engineers by Thomas Telford Services Ltd., London, U.K., Vol. 113, No. 3, pp. 166-181.

- Morán, F., García Meseguer, A., Arroyo, J.C., 2007 *Hormigón armado*. Jiménez Montoya, Ed. Gustavo Gili
- Brown, P.T., 1975. *Strip footings with concentrated loads on deep elastic foundations*. Geotechnic engineering 6 (1): pp 1-13.
- Muzás Labad, F., 2002. *La rigidez de las cimentaciones superficiales*. Revista de obras públicas, Marzo 2002 (nº 3419).
- Muzás Labad, F., 2007, *Mecánica del suelo y cimentaciones*, 2 Vol. Ed: Fundación Escuela de la edificación, Madrid.
- Poulos, H. G., 2000. *Foundation Settlement Analysis- Practice versus Research*, The Eight Spencer J. Buchanan Lecture. College Station, T.X.: Texas A & m University.
- Rodríguez Ortiz, J. M., Serra Gesta, J., Oteo Mazo, C. 1989. *Curso aplicado de Cimentaciones*. (4ª ed.). Ed: COAM
- Shultze, 1961 *Distribution of stress beneath a rigid foundation*. Proc. 5. ICSMFE Paris, Bd. 1, S. 807
- Shultze, 1961, *The influence of the relative stiffness of a foundation on the contact pressure distribution and on the contact pressure distribution and on the bending moments*, Ind. Ins. of Science Bangalore. Symposium on foundation Engineering A 5.
- Terzaghi, K., 1955, *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. Geotechnique, 5(4), 41-50.
- Tsudik, E., 2006, *Analysis of Beams and Frames on Elastic Foundation*, Ed. Trafford Publishing.

4. ESTUDIO DEL COEFICIENTE DE BALASTO

4.1. Definición de balasto

El módulo de balasto es el cociente entre la presión y el asiento. En principio es una variable que se debe determinar punto a punto aunque Winkler, cuando la formuló, la consideró constante en la traviesa de ferrocarril objeto de su estudio.

El balasto sea en un punto o sea un valor medio en la superficie cargada, representa el valor resumen que integra el comportamiento deformacional de un suelo desde la superficie hasta la profundidad donde desaparece el bulbo de tensiones..

Parece clara la dependencia del balasto de las siguientes variables:

- Tipo de terreno, medido en términos de deformabilidad, E
- Tamaño de la zapata
- Rigidez de la zapata
- Tensión media aplicada
- Aparición de un estrato más rígido cercano.
- Cohesión, c
- Ángulo de rozamiento, φ

Es importante notar que el comportamiento plástico no puede entenderse numéricamente como típicamente se entiende en elementos estructurales en los que la plastificación supone la pérdida de pendiente de la curva tensión-deformación. En el caso de suelos la plastificación se produce porque el terreno alcanza un estado de tensiones normales y tangenciales fuera de los límites propuestos por la recta de Mohr Coulomb en

el caso plano, o por la superficie de fluencia propuesta por cada autor a partir de los conceptos fundamentales expresados también por Mohr-Coulomb (cf. §2.5).

Mientras que el módulo de deformación E , la cohesión c y el rozamiento φ son tres variables intrínsecas del suelo, el balasto, sin embargo incluye una evaluación del comportamiento global que depende de otros muchos parámetros. Esta dependencia, que evidentemente significa una importante complicación, contrasta con la simplicidad que tradicionalmente se ha utilizado en cálculo de cimentaciones superficiales utilizando el balasto de forma única para caracterizar el terreno de cimentación y hacer el análisis estructural.

En este apartado se pretende estudiar la relación del balasto con todas las variables que influyen en el comportamiento. En primer lugar se hace un estudio desagregado y después se elevará una conclusión que tiene en cuenta todas las dependencias estudiadas.

De este estudio se pretende obtener una estimación mucho más real del balasto que las habidas hasta ahora basándose, exclusivamente en hipótesis lineales. Veremos a lo largo de este Capítulo que la consideración de la no-linealidad del comportamiento del terreno influye de forma muy notable en el establecimiento del coeficiente de balasto, haciendo que las fórmulas propuestas hasta ahora en la literatura científica deban ser corregidas por razón de la no-linealidad.

Se pretende encontrar una ley de variación del balasto medio en elementos estructurales tipo losa (30,0 m), tipo zapata (3,0 m) y tipo placa (0,30 m)

4.2. Especificaciones del modelo de análisis

En la investigación sobre el valor del balasto se va a analizar la influencia de las siguientes variables:

- Nivel medio de tensiones en el terreno

- Tamaño de la carga
- Propiedades del suelo, módulo de deformación, cohesión y ángulo de rozamiento
- Flexibilidad de la estructura
- Aparición de un estrato rígido cercano. Esta influencia se va a analizar de forma somera, pues es complejo evaluar casos particulares.

4.2.1. Modelo de análisis

Para desarrollar los análisis que se proponen en esta tesis ha de utilizarse un software de *bajo nivel* que acepte ecuaciones constitutivas no lineales del hormigón y del suelo.

El software utilizado es SOFiSTiK, de origen alemán que tiene un arraigado uso en cálculo de obras civiles y numerosos códigos para incorporar el comportamiento no lineal tanto de suelos como del hormigón.

Los análisis no-lineales tienen dos singularidades relacionadas con la finura de la malla que han de tenerse en cuenta:

- La finura de la malla (tamaño del elemento) determina la precisión.
- La extrema finura de la malla (elementos de cm) puede hacer que el modelo no converja, amén de que el tiempo de cálculo se hace muy grande.
- Y el tamaño del elemento determina el tiempo de cálculo. Hay que tener en cuenta que los tiempos de cálculo de este tipo de modelos pueden consumir de 5 a 50 minutos. Los cálculos de estructuras similares con comportamiento lineal tardan segundos, mientras que los cálculos no-lineales tardan decenas de minutos. Habida cuenta del número de cálculos que hemos debido efectuar para el desarrollo de la tesis, un estudio adecuado del óptimo de la malla es fundamental para determinar el mínimo tamaño de elemento que arroja resultados con una adecuada precisión.

(cf. §4.2.8)

- Para minimizar el número de los elementos también se han utilizado dos simetrías que dividen por cuatro el tamaño del modelo
- Se han alargado los elementos en la zona de presiones más constantes, como se puede ver en la figura 4-3.

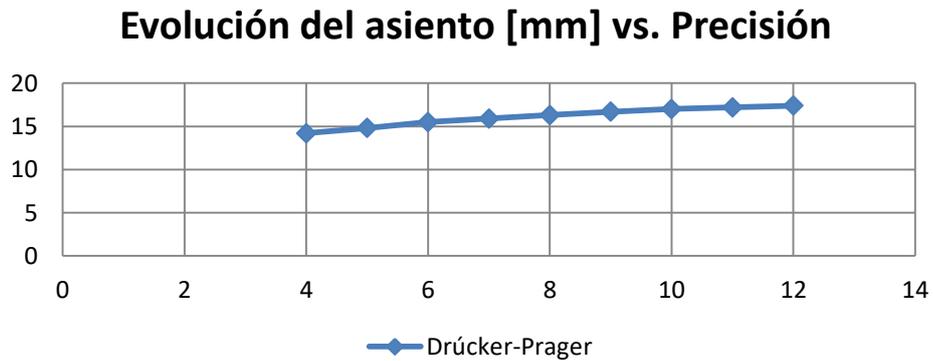


Figura: 4-1 Influencia del tamaño del elemento. Para una precisión de 12 (elemento de 8 cm) la diferencia de asiento es del 1%

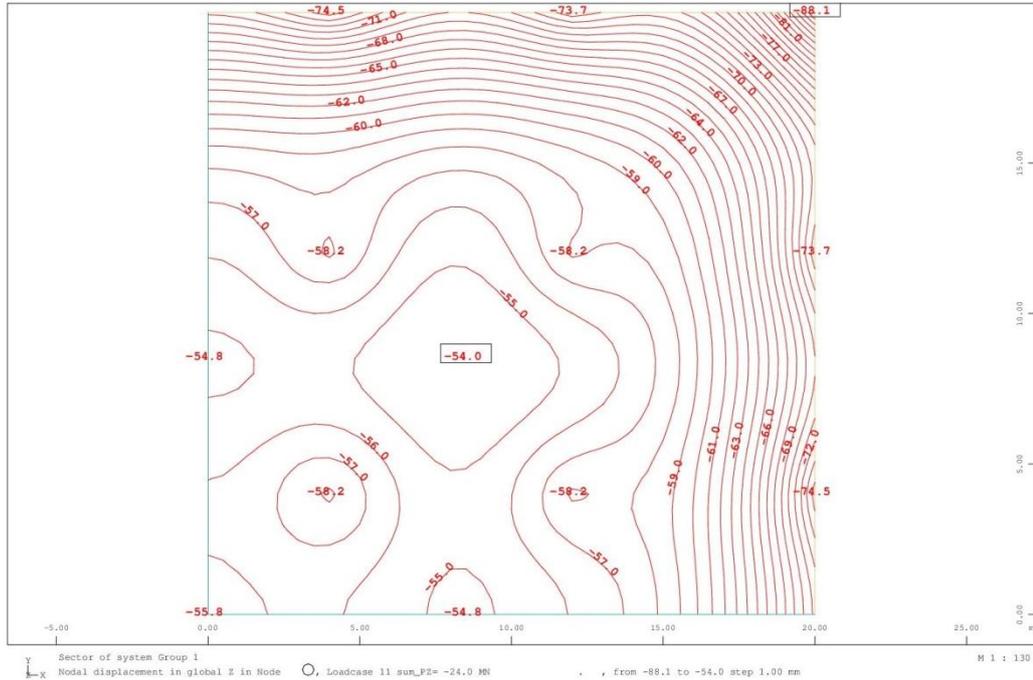


Figura 4-2: Estrategias de disminución del número de elementos. Doble simetría del modelo completo

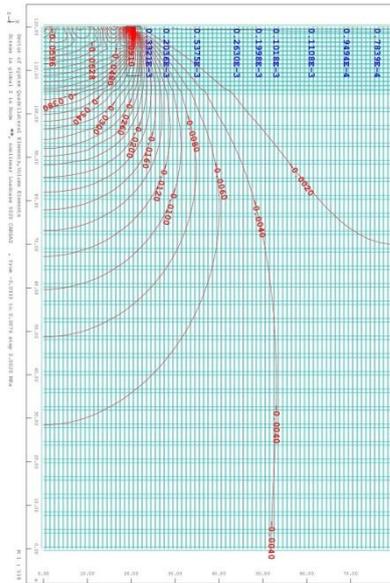


Figura 4-3: Estrategias de disminución del número de elementos. Tamaño creciente del elemento con la profundidad, allí donde la variación de efectos (tensiones y deformaciones) es mucho menor

En esta Tesis se ha elegido el tamaño de elemento de 1,0 m para losas, 0,15 m para zapatas y 0,015 m para placas de carga.

4.2.2. Modelo del suelo

Se han estudiado los dos modelos de suelo más utilizados en la literatura técnica, Mohr Coulomb (cf. §2.5.1) (SOFISTIK, 2014, §3.10.5) y Drücker-Prager (cf. §2.5.2) (DRÜCKER, 1952, PP. 157-165).

Para los problemas analizados, el modelo Mohr Coulomb se ha manifestado inestable, probablemente debido a su superficie de fluencia poligonal (con aristas), mostrándose el Drücker-Prager un modelo mucho más estable.

Evolución del asiento vs. Precisión

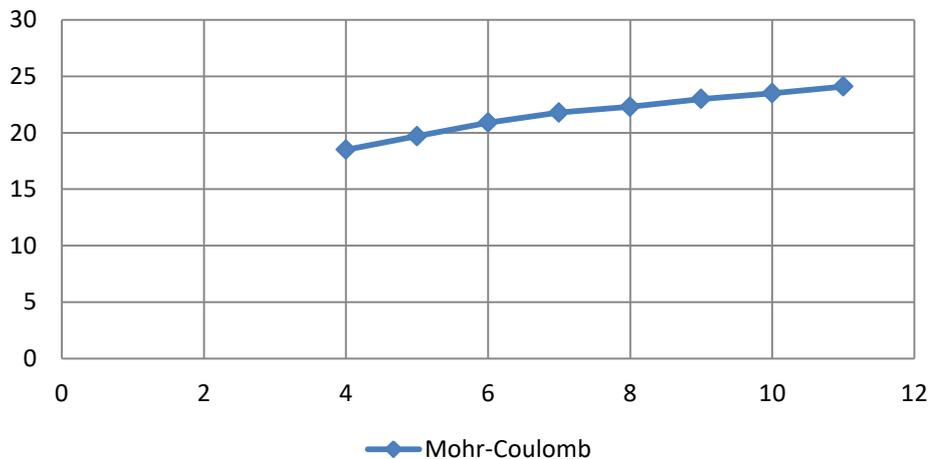


Figura 4-4: Precisión del modelo Mohr-Coulomb. No se aprecia convergencia del asiento para precisiones importantes. Se mantiene un 10% de variación entre el cálculo con una precisión de 10 y de 11.

Muchos autores utilizan estos dos modelos (LÓPEZ VILLAR, 2000, PP. 5-14; NIETO LEAL, 2009, pp. 77-79).

Para la definición de los modelos de suelo véase el apartado §2.5

4.2.3. Modelo del hormigón

Para el hormigón se ha utilizado un modelo elastoplástico tanto a compresión como a tracción. Se ha utilizado una resistencia a tracción ficticia para considerar la presencia del acero y su plastificación.

El modelo de hormigón utilizado se define en §5.2.4

En este capítulo, se han elegido estructuras rígidas para determinar descensos medios de forma más sencilla. Téngase en cuenta que para la determinación del balasto general de una placa, una zapata o una losa, se estudian los asientos medios y estos se obtiene más

fácilmente con estructuras rígidas, que por otro lado son bastante reales en placas y zapatas, no así en losas.

4.2.4. Influencia de la tensión

Cuando se hace un análisis intuitivo (simplista) del balasto, se puede caer fácilmente en el error de pensar que el balasto está determinado entre otras cosas por la tensión. Al igual que es claro que lo está por el tamaño de la cimentación, y en este caso es cierto, el balasto no está determinado por la tensión transmitida al suelo.

Si se piensa erróneamente en el balasto como el coeficiente de muelle de una columna de suelo que está debajo de la carga y que dicha columna se comporta como una estructura, cometemos el error de asimilar el balasto a la rigidez de dicha columna y lo que está por definir es la altura de dicha columna.

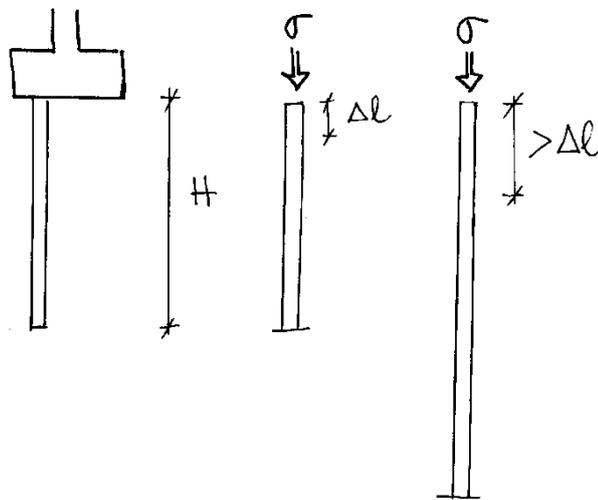


Figura 4-5: Interpretación errónea del balasto. La longitud de la columna afectada está relacionada con el bulbo y no depende de la tensión, aunque lo parezca, depende del tamaño del área cargada.

El balasto no depende de la tensión del área cargada. Esto está recogido por las numerosas expresiones de balasto en muchas publicaciones, (cf. §2.4).

Para comprobar este hecho se han introducido dos modelos de terreno con tensiones medias de 200 kPa y de 100 kPa, en una losa de 30x30m

ARCILLAS	$\sigma = 200 \text{ kPa}$		$\sigma = 100 \text{ kPa}$	
	Centro	Esquina	Centro	Esquina
E (kPa)	40000			
φ (°)	20			
c (kPa)	10			
Localización	Centro	Esquina	Centro	Esquina
Tensión (kN/m ²)	200		100	
Descenso (mm)	210	173	109	87,3
Balasto (kN/m ³)	1042		1015	
Relación k/E	0,208		0,203	
Relación E/k	4,795		4,925	

Tabla 4-1: Valores del balasto en cimientos con diferente tensión media

Los descensos y, por tanto, el balasto se pueden considerar idénticos en ambos casos. Las diferencias de asiento no superan un 2,5%, valor por debajo de la sensibilidad de la estimación del asiento medio de la estructura.

En los estudios de este capítulo se mantendrá constante la presión media en 200 kPa.

4.2.5. Dimensiones del área cargada

Este es un aspecto muy importante que interesa conocer. Las estructuras de cimentación más habituales son bien las zapatas o bien las losas de cimentación. Unas, las zapatas, tienen un orden de magnitud de varios metros mientras que las losas tienen su orden de magnitud en varias decenas de metros.

En principio el balasto depende de la dimensión del área cargada pues las dimensiones del bulbo dependen de dicha área, así, el área vinculada por una losa es decenas de veces

mayor que el vinculado por una zapata y el coeficiente de balasto es unas decenas menor que el de la zapata.

Este hecho, sin embargo, puede parecer claro en análisis lineal pero sin embargo no lo es si el comportamiento del suelo es no-lineal. En este caso, nos hemos preguntado si se siguen manteniendo las mismas relaciones o no.

También, debido a que el coeficiente de balasto se determina mediante el ensayo de placa de carga (cf. §2.4), el denominado k_{30} , se ha estudiado este orden de magnitud de área cargada.

Las áreas estudiadas, por tanto, han sido:

- Placa de $0,30 \times 0,30 \text{ m}^2$
- Zapata de $3,0 \times 3,0 \text{ m}^2$
- Losa de $30,0 \times 30,0 \text{ m}^2$

Además se han realizado análisis de validación de dos tamaños más para comprobar el comportamiento de losas menores (15,0 m) y mayores (60,0 m).

4.2.6. Canto del cimiento

El canto del cimiento se elige para que el asiento del terreno sea lo más uniforme posible. Para ello se dispone una cimentación rígida, lo que supone introducir un canto al menos de $0,25B$, lo que significa que en zapatas el canto es la mitad del vuelo y en losas B es la luz entre pilares. Téngase en cuenta que el balasto representa una media del comportamiento de suelo.

Así, en el caso de la Placa, el canto es de 7,5 cm, la zapata tiene un canto de 0,75 m y la losa tiene un canto de 1,5 m.

En el caso de la losa, entendiéndola como una estructura que soporta pilares, la rigidez geotécnica no está relacionada con la luz del elemento sino con la dimensión de la

losa. Este hecho hace que las losas habitualmente no puedan ser rígidas a efectos geotécnicos pues necesitarían cantos muy grandes. En esta tesis, para el análisis del coeficiente de balasto del terreno se ha utilizado un canto de 1,5 m suficiente para garantizar que el asiento en la mayoría de la losa se puede considerar uniforme.

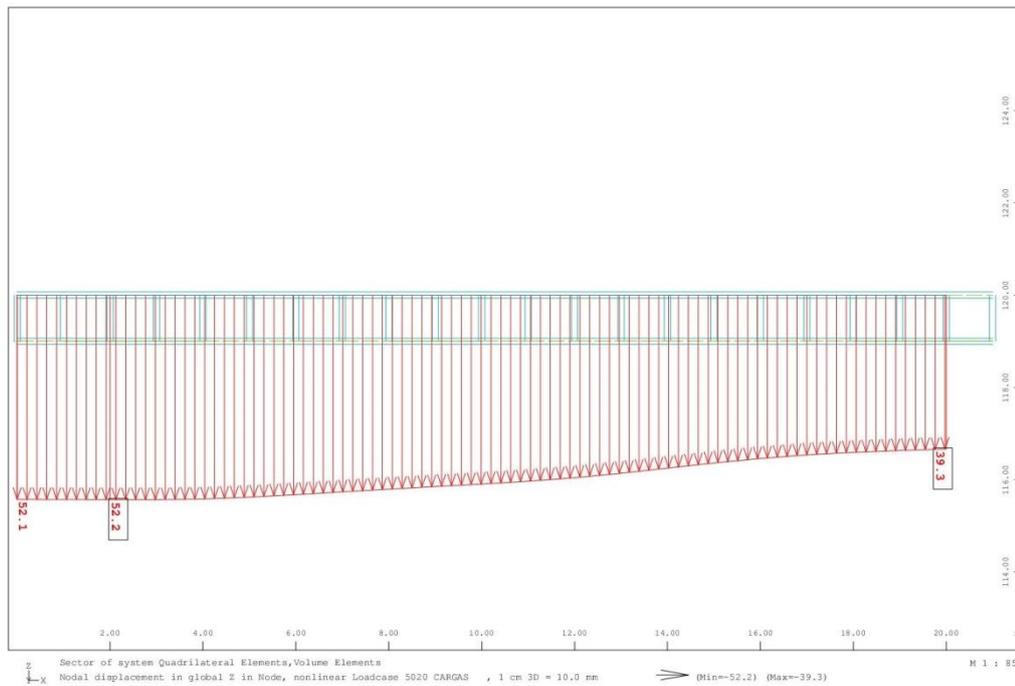


Figura 4-6: Asiento en la losa

Para el análisis estructural de las losas, en los siguientes capítulos, se ha utilizado un canto estructural menor y más acorde con las tipologías usuales. En este apartado se ha analizado la influencia de la flexibilidad de la losa en el balasto general del cimiento notándose variaciones muy pequeñas (cf §4.6.1).

4.2.7. Carga del cimiento

En la placa y la zapata, se ha introducido una carga puntual (repartida en una pequeña área de elemento (0,6 x 0,6) para evitar problemas de convergencia por singularidades del

modelo) que equivale a cargar el suelo con una tensión media de 200 kPa. Así pues, la carga en la placa es de 180 kN y, en la zapata, 1800 kN.

4.2.8. Dimensiones del modelo de suelo

Las dimensiones del modelo del suelo afectan notablemente al comportamiento del cimiento.

Es importante notar que la mayoría de los modelos utilizados en la literatura científica para evaluar el comportamiento del conjunto losa-suelo, han hecho dos simplificaciones importantes en los que esta Tesis pretende avanzar:

- La primera es la simplificación de suelo lineal. Veremos a lo largo de esta Tesis lo importante que es tener en cuenta la realidad del suelo, es decir, la simplificación de suelo lineal es realmente grosera.
- El suelo solo afecta en la vertical de la estructura. Esta es una simplificación también importante y no se ha abordado de forma compleja hasta esta Investigación, quizás por no disponer de herramientas adecuadas para tener en cuenta el suelo a los lados de la estructura. Algunos autores han teorizado sobre la posibilidad de introducir modelos simplificados de terreno que tuvieran en cuenta la interacción del suelo que no cae en la vertical de la estructura, por ejemplo introduciendo muelles horizontales que relacionan las diferentes “columnas verticales” (cf. §3.3.1). Estas iniciativas han tenido poco éxito pues son de difícil implementación en el proyecto y la determinación del muelle horizontal es más compleja aún que la del muelle vertical.

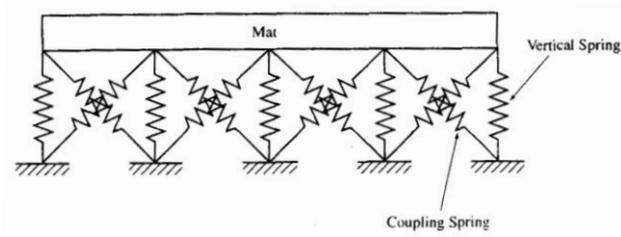


Figura 4-7: Modelización de un terreno con muelles para tener en cuenta su interacción vertical (CODUTO, 2016, p. 360)

En esta Tesis se desarrolla un modelo de suelo que tiene en cuenta la influencia del suelo lateral.

De tal forma que es importante dejar una entrega de suelo a los lados para que la influencia en el resultado pueda desarrollarse.

Para determinar las dimensiones del modelo del suelo no solo en horizontal sino también en profundidad, se han evaluado las tensiones en modelos suficientemente grandes y se ha llevado al modelo hasta donde las tensiones de la carga introducida es menor del 10% de dicha carga

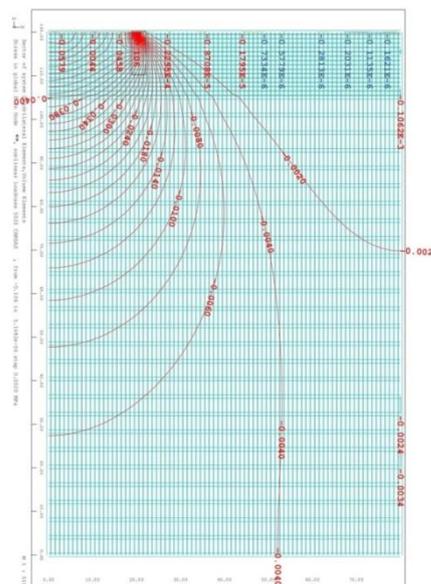


Figura 4-8: Determinación del tamaño del modelo del suelo

De forma general ha bastado con dejar en horizontal a cada lado una distancia de 3 a 4 veces el área cargada a cada lado del cimiento y en vertical una distancia igual a tres veces el área cargada (3B). Por tanto, los modelos de suelo en las tres tipologías de estructura son:

- Placa de 0,30 x 0,30: 1,50 x 1,50 x 0,9 [AxBxh]
- Zapata de 3,0 x 3,0: 15,0 x 15,0 x 9,0 [AxBxh]
- Losa (30,0 m): 120 x 120 x 90,0 (AxBxh)
- Losa (15,0 m) : 60 x 60 x 45,0 (AxBxh)
- Losa (60,0 m) 240 x 240 x 180,0 (AxBxh)

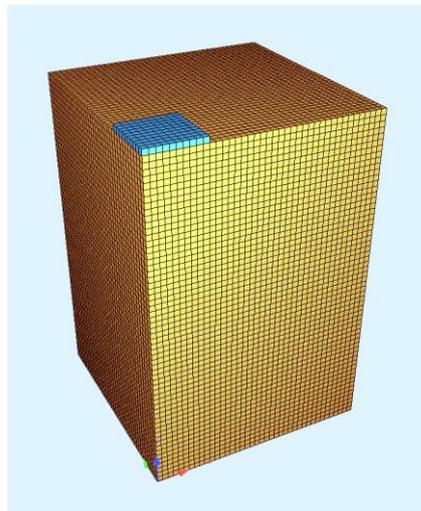


Figura 4-9: Modelos SOFiSTiK de la placa, la zapata y la losa

4.2.9. Características de los terrenos analizados

En capítulos anteriores se han analizado las propiedades más importantes de los suelos a los efectos de su caracterización tenso-deformacional.

Entre estas variables se han extraído las más importantes que son:

- Módulo de deformación, E [kPa]
- Ángulo de rozamiento, φ [°]

- Cohesión, c [kPa]

Para englobar todos los posibles terrenos comunes susceptibles de encontrarse en un cimiento, se han recorrido los diferentes valores de estas tres variables.

Las razones de elegir estas tres variables son:

- Por ser el conjunto de las variables más habituales en la descripción geotécnica de un terreno, además de la tensión admisible. Por un lado, utilizar menos variables hace que la investigación carezca de generalidad y, por otro lado, utilizar más, salvo en el caso de suelos muy específicos, suele introducir condiciones muy complejas y locales, que en losas de cimentación no es habitual tener, por ejemplo, la dilatancia.
- Por ser el conjunto de variables de más fiable determinación. Es decir, los valores de estas tres variables están claramente determinados por los ensayos y su dispersión entre laboratorios y expertos es pequeña. No pasa lo mismo con otras variables más complejas de determinar y, por suerte, menos influyentes en el resultado final.

Los valores que se han tomado son valores habituales en terrenos habituales.

Se han tomado tres valores del módulo de deformación que abarcan terrenos blandos y medios.

- $E = 5.000$ kPa
- $E = 40.000$ kPa
- $E = 80.000$ kPa

Como orden de magnitud solo recordar que el hormigón es 1000 veces más rígido, tiene un módulo alrededor de 30 GPa.

Se han tomado tres valores del ángulo de rozamiento φ que abarcan terrenos entre muy sueltos y normales.

- $\varphi = 20^\circ$
- $\varphi = 25^\circ$
- $\varphi = 30^\circ$

Para arenas se han tomado los valores:

- $\varphi = 22^\circ$
- $\varphi = 27^\circ$
- $\varphi = 32^\circ$

Se han tomado tres valores de la cohesión c que abarcan desde la arena (sin cohesión) hasta una cohesión media.

- $c = 0$
- $c = 10 \text{ kPa (0,1 kp/cm}^2\text{)}$
- $c = 30 \text{ kPa (0,3 kp/cm}^2\text{)}$

4.2.10. Homogeneidad del terreno de cimentación

Los modelos que se han introducido tienen en cuenta un único terreno en toda su profundidad, que es de $3B$ (siendo B la dimensión del cimiento)

Evidentemente existen terrenos que son heterogéneos y que no atienden a este tipo de perfil. Sin embargo, son tantas las posibilidades de proponer diferentes terrenos a diferentes profundidades que en esta Tesis solo se concluye sobre la hipótesis de terreno homogéneo. La solución a estos casos deberá ser la realización de un cálculo general no lineal teniendo en cuenta las especificaciones concretas de cada ubicación.

Se ha intentado la posibilidad de disponer un terreno infinitamente rígido a partir de la profundidad B , pero en esta Tesis no se han logrado resultados satisfactorios pues los asientos arrojan valores a priori en contra de la lógica. Concretamente en el caso de la

zapata, los asientos de un terreno heterogéneo rigidizado a partir de B son mayores que los del terreno homogéneo en una profundidad 3B. Evidentemente este resultado aparenta ser absurdo por lo que se ha abandonado esta estrategia.

A título informativo para una posible investigación posterior se avanza un cálculo comparativo de un terreno no homogéneo. Se ha supuesto un paquete de terreno homogéneo en una profundidad igual a un ancho del cimiento (B) y por debajo del cimiento un terreno bastante más rígido $3E$, $\varphi=40^\circ$ y $c=30$ kPa.

Se muestran resultados comparativos entre un terreno homogéneo y uno heterogéneo, en §4.3.2 y §4.4.2.

4.3. Análisis de la zapata

La zapata de 3,0x3,0 m ha sido analizada bajo 33 condiciones diferentes de terreno homogéneo y 30 condiciones diferentes de terreno heterogéneo.

En todos los cálculos se han obtenido los valores de los descensos y tensiones.

Se ha calculado el coeficiente de balasto a partir de la tensión media transmitida y el asiento medio calculado por estimación a partir de los valores en el centro y en la esquina de la zapata. La variación de asiento entre el centro y la esquina es de un 5%

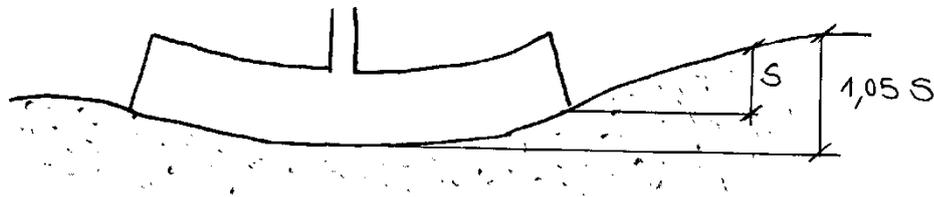


Figura 4-10: Variación de asiento entre el centro la esquina

Se aprecia un importante pico de tensiones en los extremos de la zapata debido a la garantía de continuidad del asiento en la frontera con la losa. Esta ley de tensiones es típica en zapatas rígidas. Nótese que en un punto extremo debajo de la losa hay una carga

y un asiento pero justo al lado, donde no hay losa encima, solo hay asiento pero no hay carga.

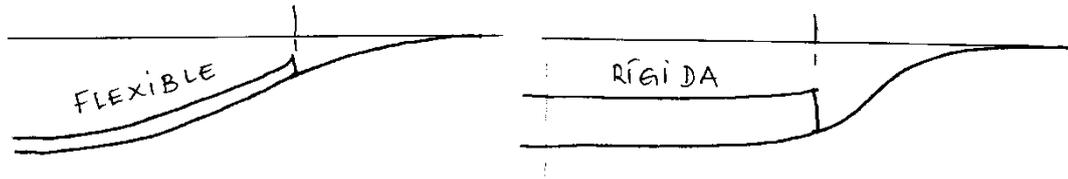


Figura 4-11: Efecto de la rigidez en el asiento y la tensión

El tamaño del EF se ha elegido con el compromiso de tener una malla suficientemente grande pero para que el tiempo de cálculo sea razonable para poder movilizar numerosas pruebas. El tamaño de los elementos de este modelo es de 0,15 m

Se ha realizado doble simetría para disminuir el tiempo de cálculo.

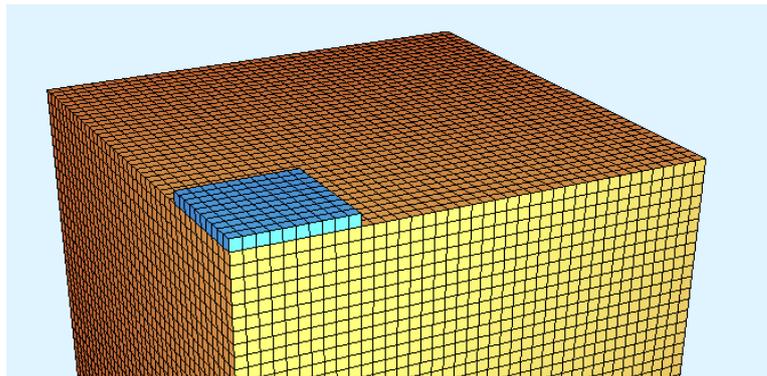


Figura 4-12: Modelo de la zapata con simetría doble

La profundidad que se ha considerado como infinita es de $3B$, es decir, 9,0 m. El ancho del modelo para que no modifique los resultados es de $5B$. El criterio de elección de estas dimensiones es que el terreno acoja todas las tensiones mayores que el 10% de la tensión media transmitida por el cimiento, es decir, 20 kPa. La forma del bulbo de tensiones se observa en el gráfico siguiente.

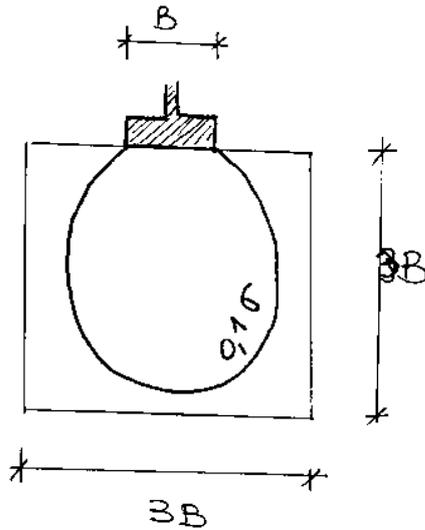


Figura 4-13: Bulbo de tensiones de la zapata, que alberga las tensiones mayores del 10% de la tensión media en el contacto.

Dado que en este apartado el objetivo es la determinación del coeficiente de balasto de la estructura, no se ha analizado el comportamiento de la estructura de cimentación.

La carga aplicada es 1800 kN y los resultados de los análisis se muestran a continuación.

4.3.1. Zapata sobre terreno homogéneo.

Se adjunta el resumen de los resultados de los 33 análisis.

E (kPa)	5.000			40.000			80.000		
PHI (°)	22	27	32	22	27	32	22	27	32
C (kPa)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	460	208,8	136,1	57,7	26,3	17,2	29	13,2	8,68
Balasto (kN/m ³)	435	958	1470	3466	7605	11628	6897	15152	23041

Tabla 4-2: Valores de asiento y tensión para zapata en arenas

<i>E</i> (kPa)	5000						LINEAL
	20		25		30		
PHI (°)							
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	198,5	90,1	131,6	85,3	100,9	83,3	81,5
Balasto (kN/m ³)	1008	2220	1520	2345	1982	2401	2454

Tabla 4-3: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 5.000$ kPa

<i>E</i> (kPa)	40000									LINEAL
	20			25			30			
PHI (°)										
C (kPa)	10	20	30	10	20	30	10	20	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	25,1	14,6	11,4	16,6	11,7	10,8	12,8	10,7	10,6	10,4
Balasto (kN/m ³)	7968	13699	17544	12048	17094	18519	15625	18692	18868	19231

Tabla 4-4: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 40.000$ kPa

<i>E</i> (kPa)	80000						LINEAL
	20		25		30		
PHI (°)							
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	12,5	5,78	8,39	5,48	6,48	5,37	5,27
Balasto (kN/m ³)	16000	34602	23838	36496	30864	37244	37951

Tabla 4-5: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 80.000$ kPa

4.3.1.1. Zapata sobre terreno lineal

Una de las aproximaciones más interesantes a los valores de balasto es la obtención del balasto en el caso de un cálculo lineal.

En este caso, el cálculo se realiza únicamente en el supuesto de comportamiento lineal y la única variable que se utiliza en el cálculo es el Módulo de deformación.

<i>E</i> [kPa]	5.000	40.000	80.000
<i>K</i> [kPa/m]	2.454	19.231	37.951

Tabla 4-6: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico

A partir de esta tabla se puede obtener la siguiente tabla buscando dependencias lineales.

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
$E/k [m]$	2,03	2,08	2,1
$E/(kB)$	0,67	0,69	0,70

Tabla 4-7: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata

A la vista de la Tabla anterior se puede concluir que la relación del balasto con el módulo y la dimensión de la zapata, obtenida de un cálculo lineal, es:

$$k_e = \frac{E}{0,7B}$$

(40)

Siendo:

k_e = Coeficiente de balasto considerando el terreno elástico

E = Módulo de deformación del terreno

B = Lado del cimiento cuadrado

Esta expresión debe comprobarse para otras dimensiones de cimiento.

La expresión indica que el coeficiente de balasto depende directamente del módulo E , e inversamente de la dimensión de la zapata B . Es decir, a mayor cimiento, menor balasto.

En §2.4 se explica como de forma intuitiva puede relacionarse el módulo y el balasto por ser, en cierta medida, el balasto un coeficiente que tiene en cuenta el acortamiento y no la deformación de acortamiento. Por eso las unidades del coeficiente de balasto son [kPa/m] mientras que las del módulo son [kPa]. Quiere esto decir que puede entenderse que el módulo es la rigidez del material y que el balasto es la rigidez del suelo, del mismo modo que se puede diferenciar la rigidez del hormigón E_c , con la rigidez axial de una columna de hormigón, de área $b \cdot h$ y altura L que es EA/L . Si usamos en esta expresión un área unitaria de la columna obtenemos la rigidez de la columna como E/L .

A nuestro juicio, teniendo en cuenta la expresión anterior, esto supone que el suelo a efectos de respuesta sobre el cimiento, responde en una profundidad igual a $0,7B$.

Podría entenderse de esta expresión que $0,7B$ es la profundidad en la que la estructura afecta al suelo, sin embargo esto no es cierto. Se conoce con precisión la forma del bulbo que suele llegar hasta profundidades de $3B$, y se conoce también, haciendo un simple análisis (DE MIGUEL, 2011, p. 53) que en profundidad la tensión va disminuyendo, de forma que el terreno podría asimilarse a una columna que va perdiendo tensión con la profundidad o, dicho de otra forma, va ganando sección con la profundidad. De esta forma no es posible asimilar el terreno a una columna de sección y tensión constante más que con una equivalencia como la que muestra la expresión anterior y que se puede enunciar de la siguiente forma: “El coeficiente de balasto se obtiene suponiendo que el suelo bajo el cimiento equivale a una columna de material estructural de una altura igual al 70% de su dimensión”.

Esta expresión ha sido utilizada para una profundidad de suelo homogéneo de, al menos $3B$.

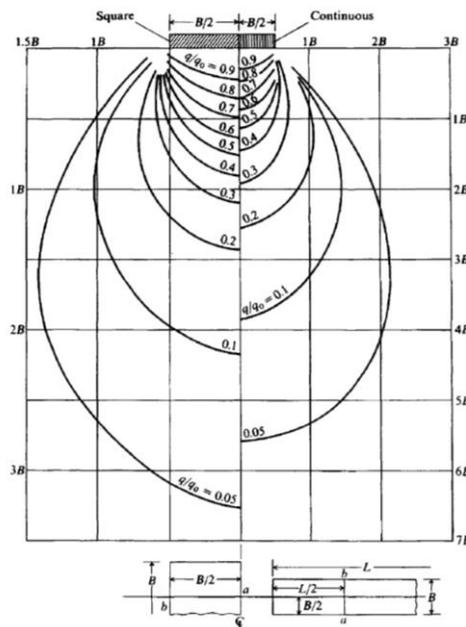


Figura 4-14: Tensiones bajo una zapata. Bulbo de tensiones. [BOWLES, 2012, p. 292]

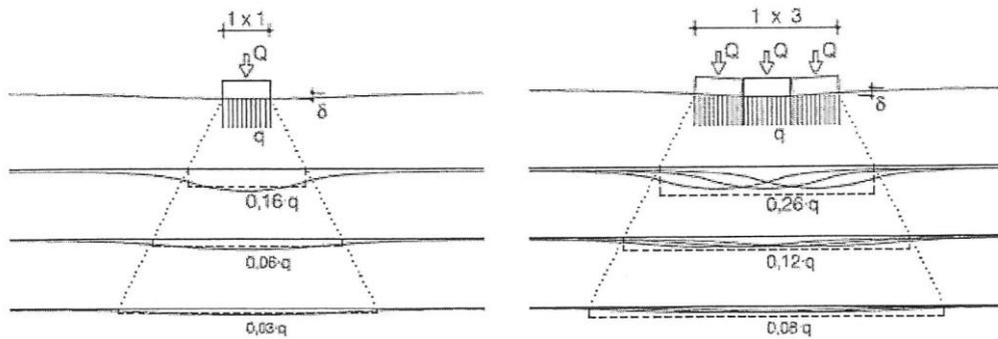


Figura 4-15: Análisis simplificado de las tensiones bajo una carga, en un terreno elástico.

(DE MIGUEL, 2011, p. 53)

Para entender todos los gráficos a continuación, hay que tener en cuenta que el comportamiento lineal es una cota superior del problema estudiado. La introducción de otros importantes parámetros (c y φ) modifican el comportamiento del cimiento haciéndolo más deformable, nunca podrán hacerlo más rígido. Por tanto, conocer una cota del comportamiento es muy importante y todos los resultados posteriores podrán referirse unitariamente este valor.

4.3.1.2. Zapatas sobre arena ($c=0$)

Sobre arena, como se ve en la figura, las zapatas presentan una variación muy importante de su comportamiento medio en función del ángulo de rozamiento.

K vs. ϕ ARENAS

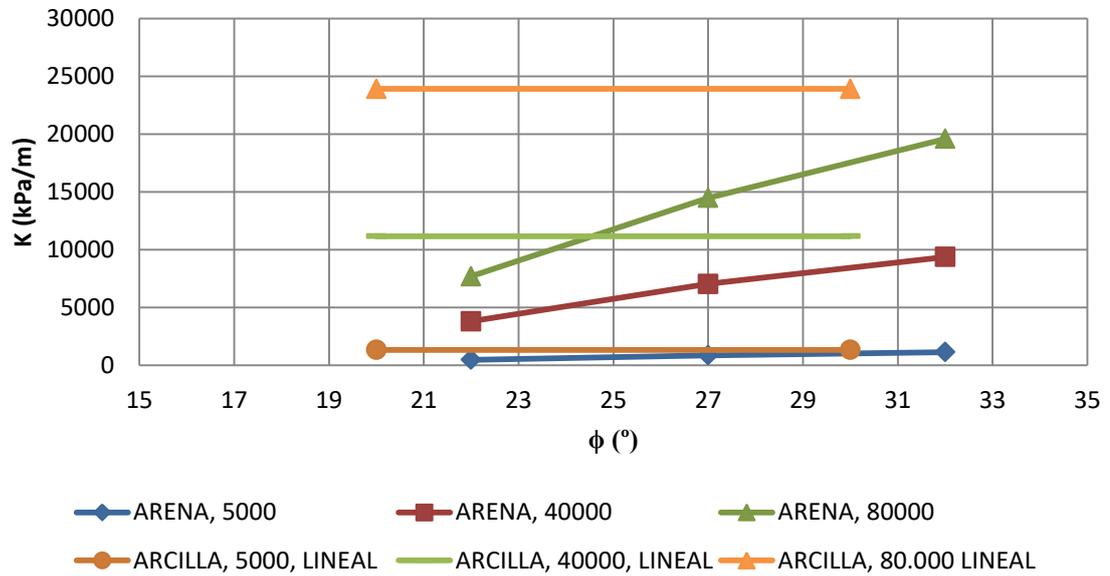


Figura 4-16: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre arenas

En el gráfico se incluyen, como referencia, los valores correspondientes al cálculo lineal.

4.3.1.3. Zapatas sobre arcilla

Los valores del coeficiente de balasto en una zapata sobre terreno arcilloso se representan en los siguientes gráficos.

K vs. ϕ **ARCILLAS**

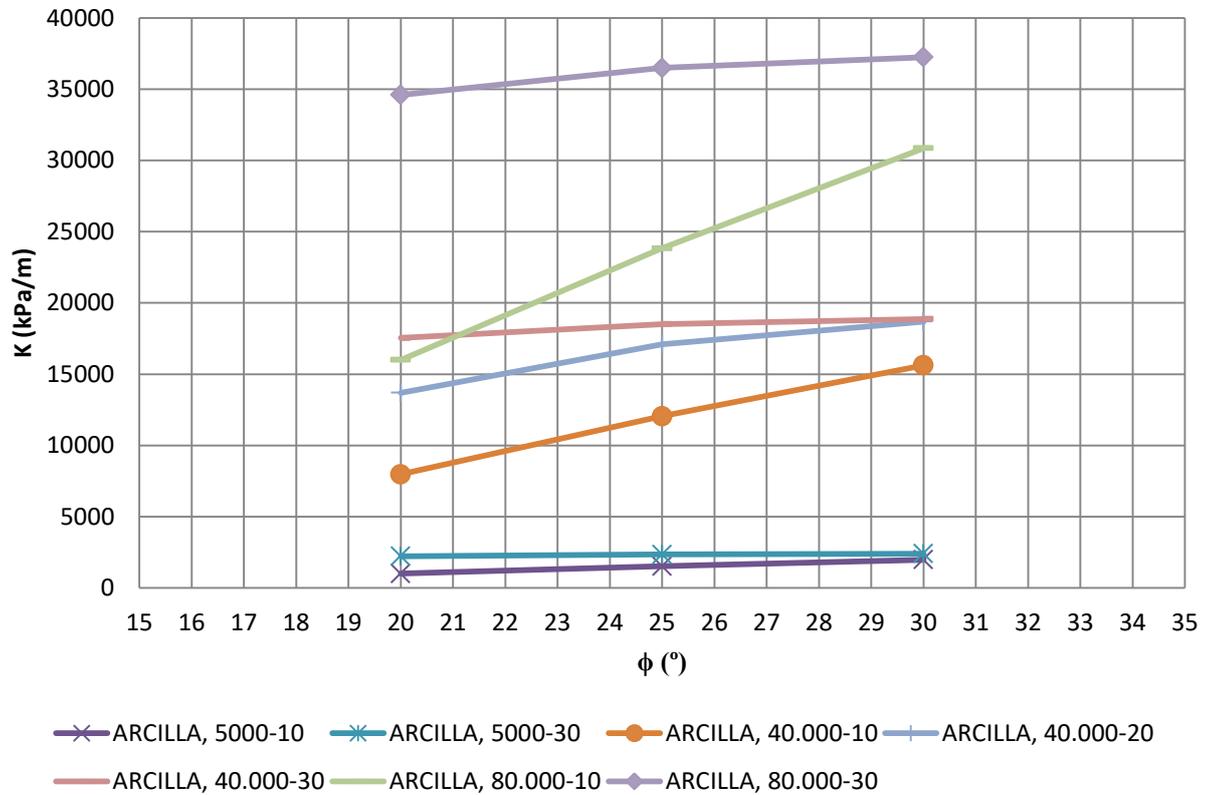


Figura4-17: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas

4.3.1.4. Comportamiento de las zapatas discriminado por módulos

Se observa un cierto comportamiento homogéneo si se diferencian los cimientos por su módulo de deformación.

En los siguientes gráficos se muestran los cimientos agrupados por módulo, incluyendo arcillas y arenas.

K vs. ϕ E=5.000 kPa

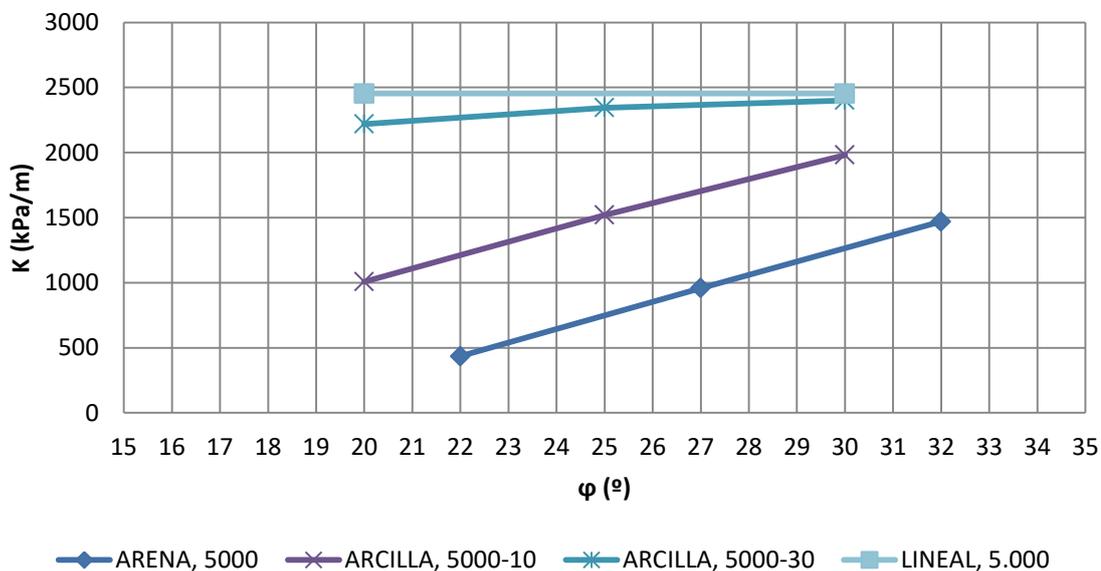


Figura 4-18: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas. Modulo de terreno

$E = 5.000 \text{ kPa}$

K vs. ϕ E=40.000 kPa

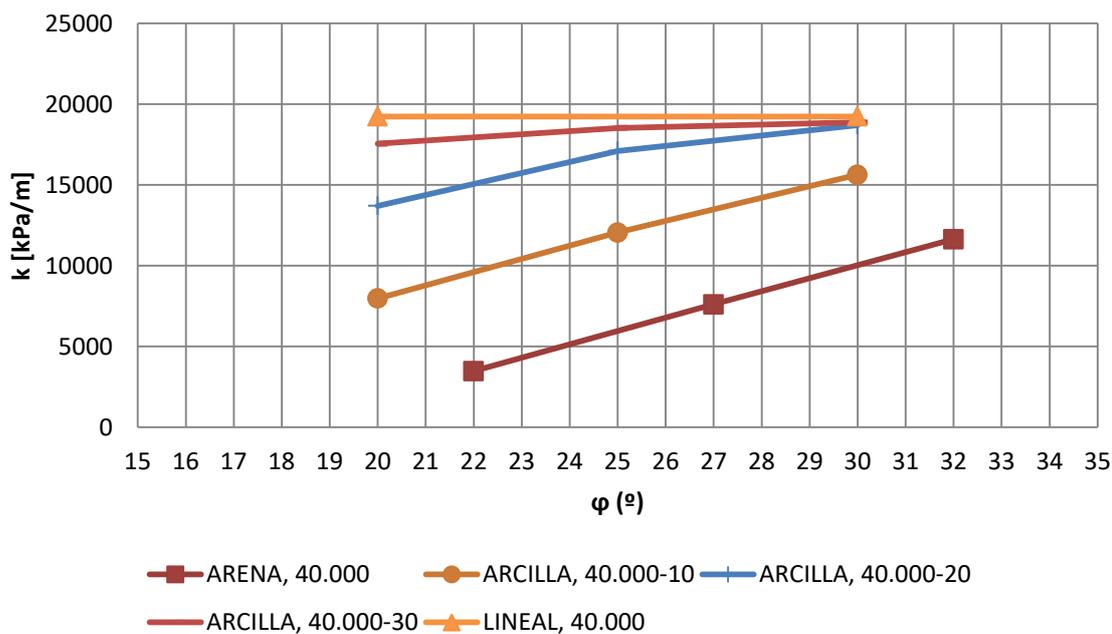


Figura 4-19: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas. Módulo de terreno

$E= 40.000 \text{ kPa}$

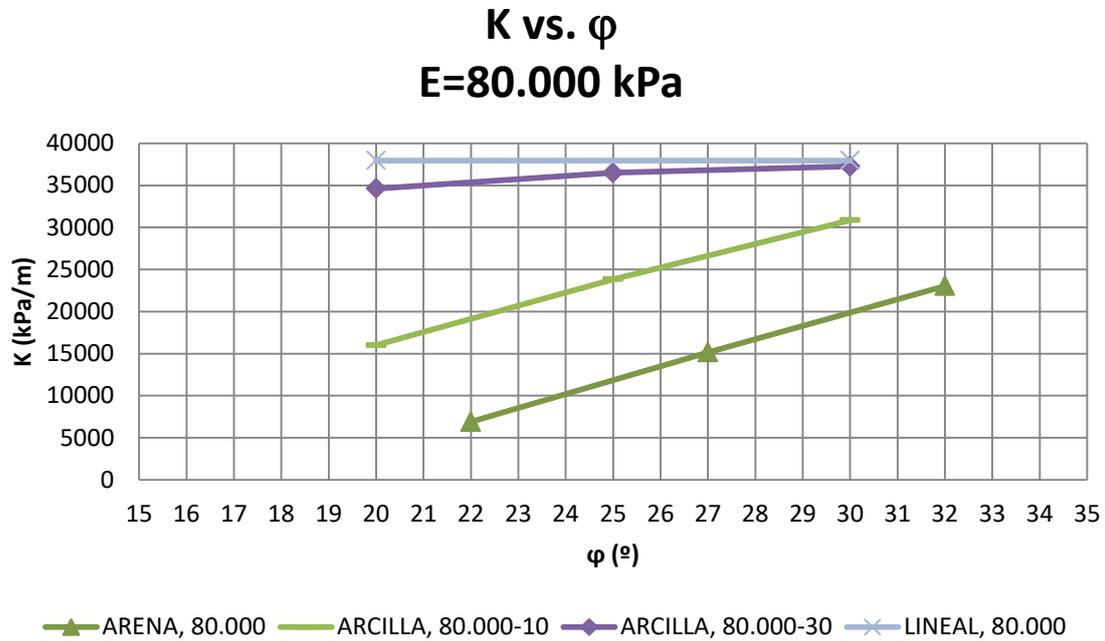


Figura 4-20: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas. Módulo de

terreno $E= 80.000 \text{ kPa}$

En todos estos comportamientos se observa que el *balasto* tiene una clara dependencia del ángulo de rozamiento y del módulo de deformación.

4.3.1.5. Coeficiente de balasto referido al balasto

elástico k_e

Los gráficos anteriores cobran mucho más sentido cuando se uniforman mediante su referencia a lo que hemos llamado en esta Tesis *Balasto elástico* (cf. §4.3.1.1).

Así pues, dividiendo los valores por su cota superior se obtienen los gráficos k/k_e vs. φ .

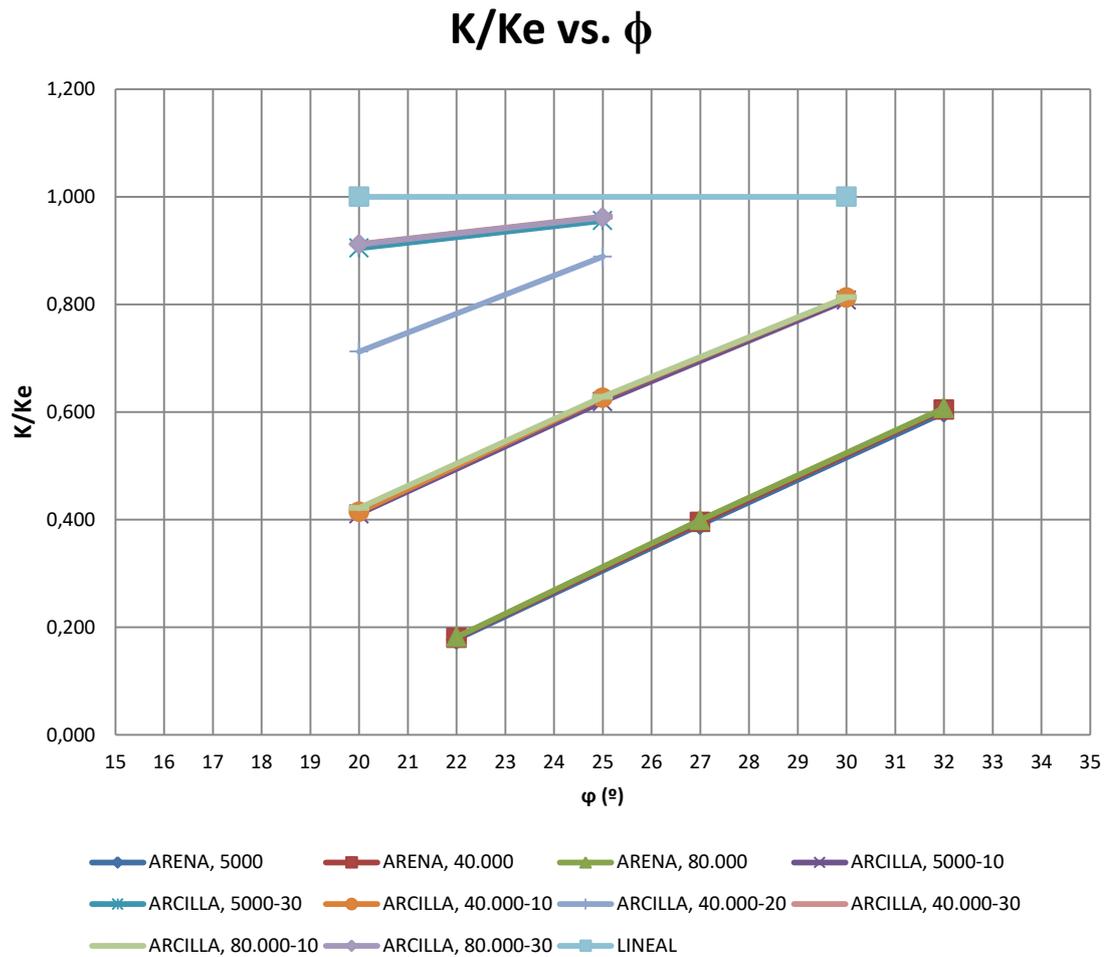


Figura 4-21: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento ϕ .

Al dividir el balasto por el balasto elástico ($k_e=E/0,7B$) desaparece la dispersión de los resultados por módulos y se observa una dependencia lineal del balasto con el ángulo de rozamiento.

4.3.1.6. Expresión simplificada del balasto

El comportamiento observado puede expresarse de una sencilla forma analítica, teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Se observan comportamientos lineales de pendiente similar hasta alcanzar el valor del balasto elástico ($k/k_e=1$)

- La pendiente de las rectas es en todos los casos la misma (1/25). Es decir, cada grado de ángulo de rozamiento el balasto relativo se incrementa un 4%.

Analíticamente se puede expresar de la siguiente forma.

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi}{25} + F(k_e, c)$$

(41)

Donde la función F es la ordenada en el origen y depende de c y k_e

- La ordenada en el origen, o más cómodamente la abscisa en el origen varía con el valor de la cohesión. En este caso, la abscisa en el origen de la recta
- Al alcanzar dicha recta el valor elástico, el comportamiento a partir de ese valor de φ es elástico (horizontal).
- La dependencia lineal se agrupa en función del valor de la cohesión.
- Finalmente es sencillo extraer una expresión analítica en función de la cohesión y el ángulo de rozamiento.

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{3c}{4} - 17,5}{25}$$

(42)

Donde:

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

$k_e = E/0,7B$

La precisión del ajuste de la propuesta analítica a los resultados obtenida se muestra en la siguiente figura.

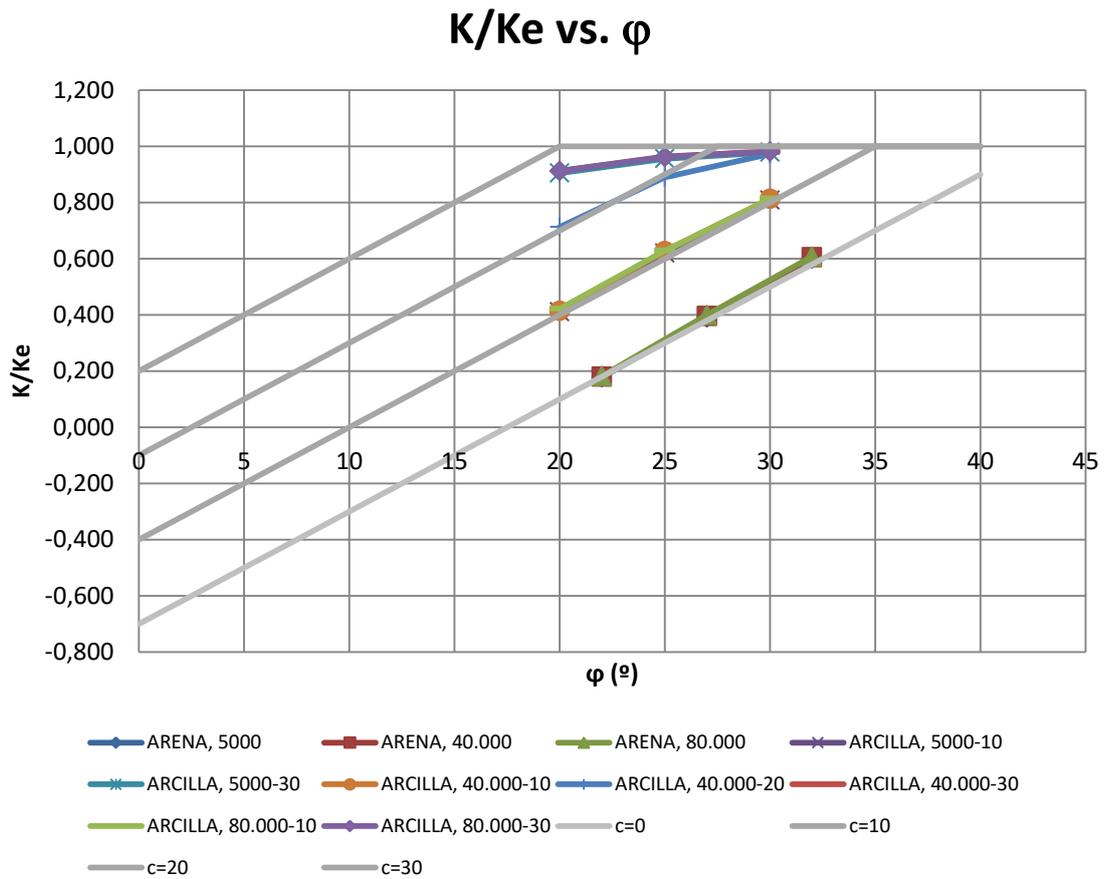


Figura4-22: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión.

Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.

Se puede ver en la figura que la expresión simplificada propuesta ajusta perfectamente los valores obtenidos en el cálculo no lineal.

Hay una pequeña disparidad en el ajuste para cohesiones altas y comportamientos cerca de los valores elásticos. Este es un pequeño error que puede ser debido a las siguientes razones:

- Es posible que el comportamiento cerca del valor elástico sea marcadamente no lineal y no siga exactamente la expresión de la recta anterior. La diferencia numérica con la suposición lineal en cualquier caso no es grande (ver figura 4.25).

- Hay que tener en cuenta que el valor medio es un número obtenido como cociente de la tensión media (conocida exactamente) y el asiento medio que se obtiene de las gráficas de desplazamiento de forma visual (aproximada).
- En la elección de valores de la cohesión, si se elige exactamente la cohesión que da lugar al valor estrictamente elástico, muy probablemente el resultado simplificado se ajuste perfectamente al resultado. Por ejemplo, para detectar exactamente el valor donde la gráfica de cohesión = 20 alcanza su valor elástico deberíamos haber introducido un modelo con rozamiento de 27,5.

4.3.2. Zapata sobre terreno heterogéneo.

El terreno heterogéneo planteado se compone de un estrato de profundidad $b=3,0$ m y de módulo E . Por debajo de él se dispone un terreno varias veces más rígido de forma que el conjunto, evidentemente será más rígido que el terreno homogéneo de módulo E . Se adjunta el resumen de los resultados de los 30 análisis.

E (kPa)	5000			40000			80000		
ϕ (°)	22	27	32	22	27	32	22	27	32
c (kPa)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	330,8	147,5	102,9	44,3	18,5	13	22,5	9,42	6,69
Balasto (kN/m ³)	605	1356	1944	4515	10811	15385	8889	21231	29895

Tabla 4-8: Asiento y tensión para zapata en arenas, en terreno heterogéneo

E (kPa)	5000						LINEAL
PHI (°)	20		25		30		
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	141,3	75	102,2	69,6	81,7	67,7	66,1
Balasto (kN/m ³)	1415	2667	1957	2874	2448	2954	3026

Tabla 4-9: Asiento y tensión para zapata en arcillas, $E=5.000$ kPa, en terreno heterogéneo

E (kPa)	40000						
PHI (°)	20		25		30		LINEAL
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	17,8	9,51	12,9	8,85	10,4	8,61	8,42
Balasto (kN/m ³)	11236	21030	15504	22599	19231	23229	23753

Tabla 4-10: Asiento y tensión para zapata en arcillas, E= 40.000 kPa,, en terreno heterogéneo

E (kPa)	80000						
PHI (°)	20		25		30		LINEAL
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	8,99	4,83	6,54	4,5	5,27	4,39	4,3
Balasto (kN/m ³)	22247	41408	30581	44444	37951	45558	46512

Tabla 4-11: Asiento y tensión para zapata en arcillas, E= 80.000 kPa,, en terreno heterogéneo

4.3.2.1. Zapata sobre terreno lineal

Al igual que en zapatas sobre terreno homogéneo, una de las aproximaciones más importantes a los valores de balasto es la obtención del balasto en el caso de un cálculo lineal.

El cálculo se realiza únicamente en el supuesto de comportamiento lineal y la única variable que se utiliza en el cálculo es el Módulo de deformación.

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
K [kPa/m]	3.026	23.753	46.512

Tabla 4-12: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico en terreno heterogéneo

Y a partir de esta tabla se obtiene la tabla de valores relativos

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
E/k [m]	1,625	1,684	1,72
E/(kB)	0,55	0,56	0,57

Tabla 4-13: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata, en terreno heterogéneo

A la vista de la Tabla anterior se puede concluir que la relación del balasto con el módulo y la dimensión de la zapata, obtenida de un cálculo lineal, es:

$$k_e = \frac{E}{0,55B}$$

(43)

Siendo:

- k_e = Coeficiente de balasto considerando el terreno elástico
- E = Módulo de deformación del terreno
- B = Lado del cimiento cuadrado

Esta expresión comparada con la expresión obtenida para terrenos homogéneos es sensiblemente diferente pues el factor del denominador es 0,55 frente a 0,7.

El balasto es un 30% mayor en este terreno que en el terreno homogéneo de igual balasto, evidentemente.

Aunque no se puede demostrar de forma contundente a partir de los resultados de los modelos de esta tesis, podemos apuntar a que sería interesante demostrar que la presencia de estratos dentro del bulbo (3B) aumenta el balasto a razón de un 15% por cada disminución de valor B.

Esta investigación debería continuarse con diferentes valores del módulo del terreno inferior y con diferentes profundidades.

En los siguientes apartados, cuando se trate de losas, se hará una valoración de la influencia del terreno heterogéneo.

4.3.2.2. Zapata sobre terreno no-lineal

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes figuras, par diferentes valores del Módulo.

K vs. φ E=80.000 kPa

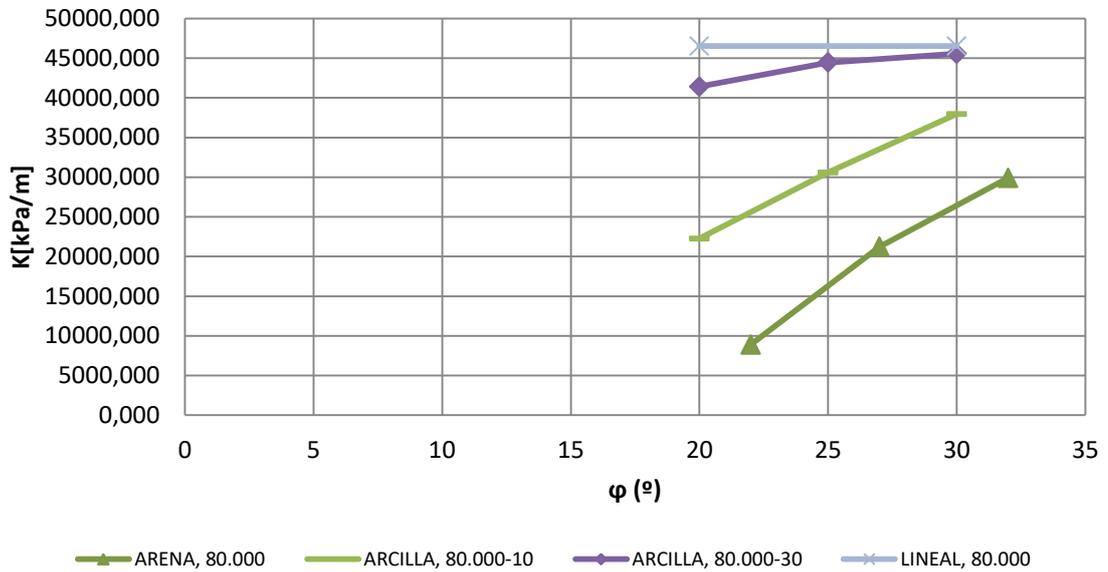


Figura 4-23: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo. Módulo de terreno $E= 80.000$ kPa

K vs. φ E=40.000 kPa

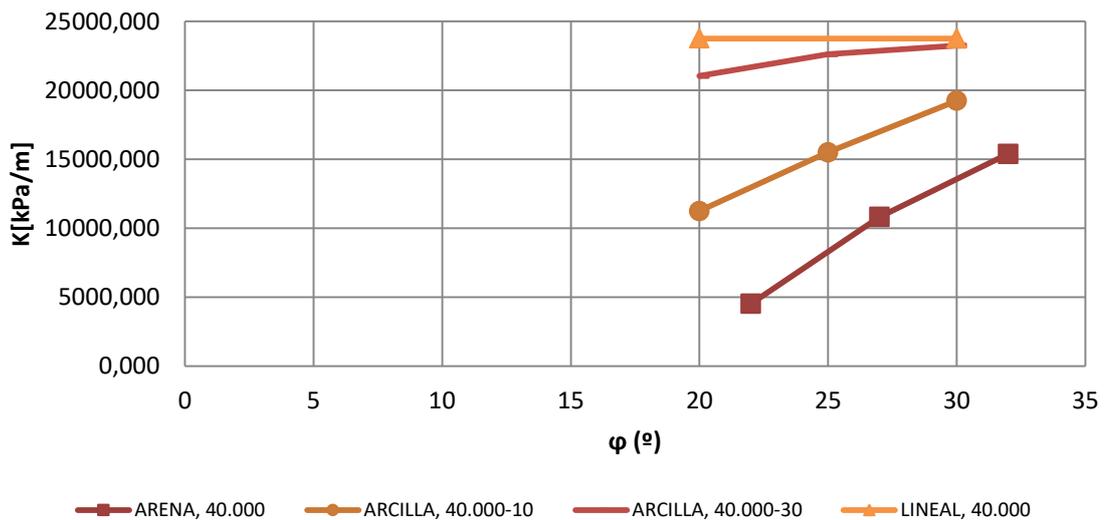


Figura 4-24: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo. Módulo de terreno $E= 40.000$ kPa

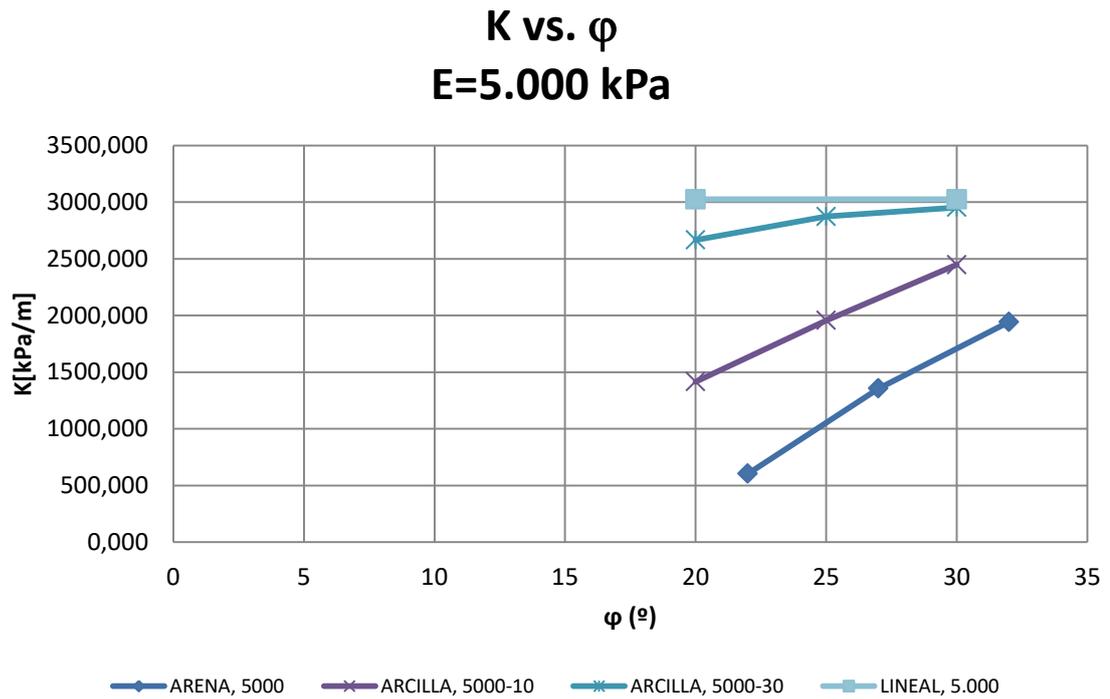


Figura 4-25: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo. Módulo de terreno $E= 5.000$ kPa

4.3.2.3. Coeficiente de balasto referido al balasto

elástico k_e

Al igual que en zapatas sobre terreno homogéneo, se observa una clara dependencia del módulo y una clara agrupación de valores alrededor del valor lineal.

El gráfico siguiente muestra los valores del balasto relativos al balasto elástico y, al igual que en terrenos homogéneos parece haber un claro comportamiento lineal.

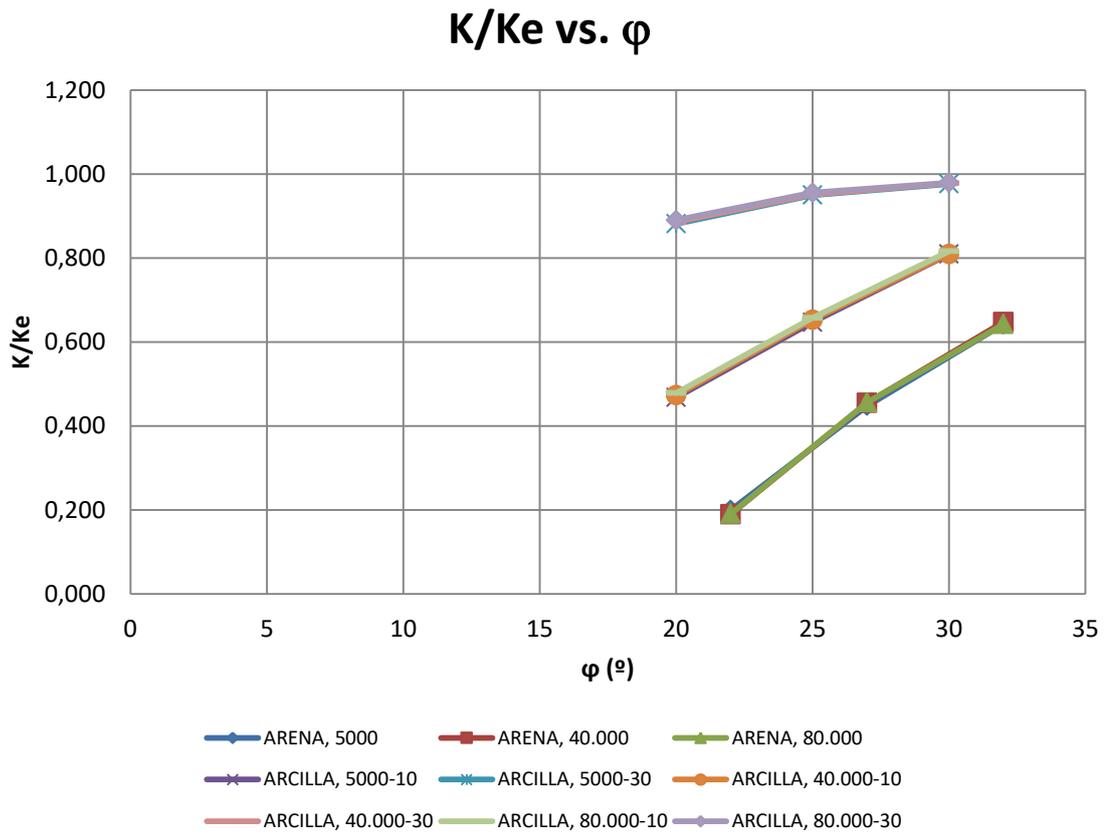


Figura 4-26: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento φ .

Al dividir el balasto por el balasto elástico ($k_e=E/0,55B$) desaparece la dispersión de los resultados por módulos y se observa una dependencia lineal del balasto con el ángulo de rozamiento.

4.3.2.4. Expresión simplificada del balasto

Por las mismas razones que las observadas en §4.3.1.6, el comportamiento observado puede expresarse de una sencilla forma analítica

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{3c}{4} - 17,5}{25}$$

(44)

Donde:

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

$k_e = E/0,55B$

La precisión del ajuste de la propuesta analítica a los resultados obtenidos se muestra en la siguiente figura.

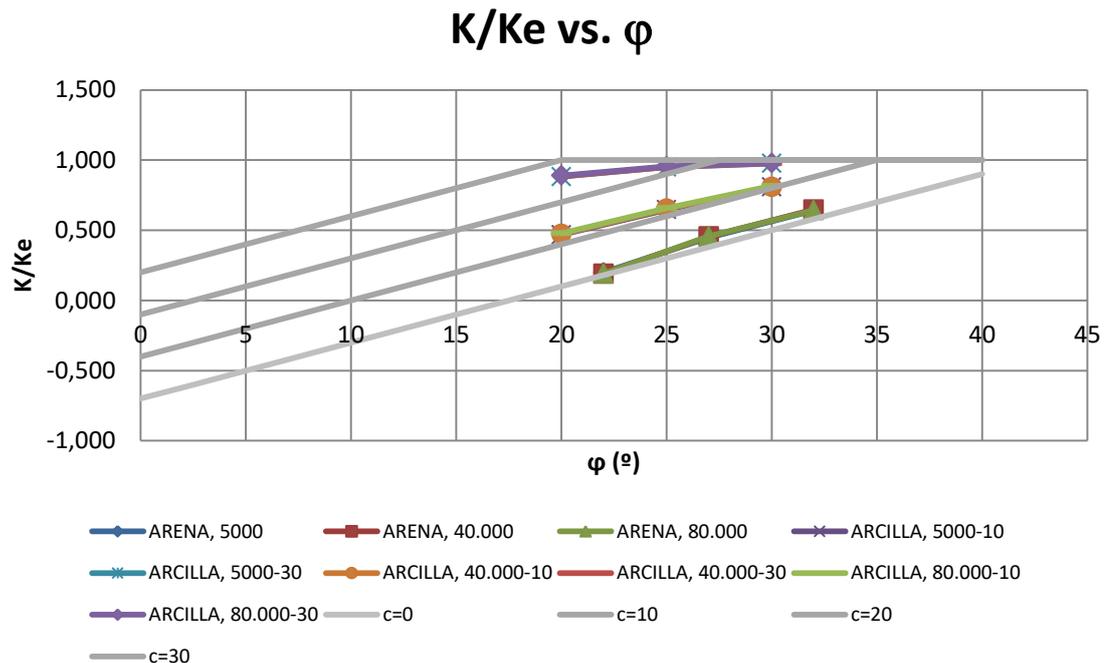


Figura 4-27: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión.

Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.

Se puede ver en la figura que la expresión simplificada propuesta ajusta adecuadamente los valores obtenidos en el cálculo no lineal.

Las disparidades en el ajuste para cohesiones altas y comportamientos cerca de los valores elásticos son mayores que en terrenos homogéneos pero el error sigue siendo pequeño y por debajo de la precisión en la obtención de las propiedades mecánicas del terreno.

Dichas disparidades pueden ser debidas a las siguientes razones:

- Es posible que el comportamiento cerca del valor elástico sea marcadamente no lineal y no siga exactamente la expresión de la recta anterior. La diferencia numérica con la suposición lineal en cualquier caso no es grande (cf. §4.30).
- Hay que tener en cuenta que el valor medio es un número obtenido como cociente de la tensión media (conocida exactamente) y el asiento medio que se obtiene de las gráficas de desplazamiento de forma visual (aproximada).

4.4. Análisis de la losa

La losa de 30,0x30,0 m con pilares cada 6,0 m ha sido solicitada con unos axiles proporcionales al área de influencia isostática para una tensión media de 200 kPa.

Se han realizado análisis de la losa con 30 condiciones diferentes de terreno homogéneo y 30 condiciones diferentes de terreno heterogéneo.

En todos los cálculos se han obtenido los valores de los descensos y tensiones.

Se ha calculado el coeficiente de balasto a partir de la tensión media transmitida y el asiento medio calculado por media de los valores del centro y la esquina.

La variación de asiento entre el centro y la esquina es importante y para calcular el balasto se a utilizado la media aritmética de ambos valores que es en sentido estricto lo que está de acuerdo con la definición de Balasto.

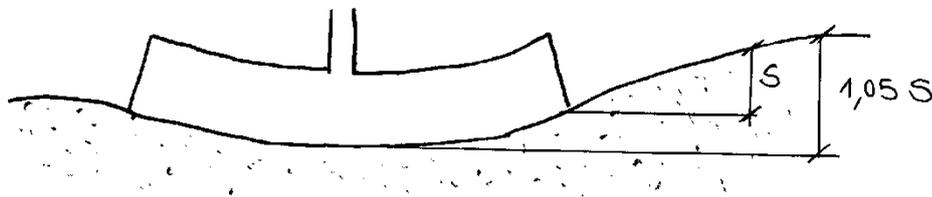


Figura 4-28: Variación de asiento entre el centro la esquina

Se aprecia una deformada claramente cóncava desde los extremos de la losa hasta el centro.

Y se aprecia, igual que en zapatas, un importante pico de tensiones en los extremos de la losa.

El tamaño del EF se ha elegido con el compromiso de tener una malla suficientemente grande pero para que el tiempo de cálculo sea razonable para poder movilizar numerosas pruebas. El tamaño de los elementos de este modelo es de 1,5 m

Al igual que en la zapata, se ha realizado doble simetría para disminuir el tiempo de cálculo.

La profundidad que se ha considerado como infinita es de $3B$, es decir, 90,0 m.

El ancho del modelo para que no modifique los resultados es de $5B$, es decir, dos anchos a cada lado del cimiento. El criterio de elección de estas dimensiones es el mismo que en zapatas.

Dado que en este apartado el objetivo es la determinación del coeficiente de balasto de la estructura, no se ha analizado el comportamiento de la estructura de cimentación. Esto será objeto de análisis en §5

La historia de cargas en este tipo de modelos de suelo es importante pues las cargas que se añaden muchas veces no son capaces de plastificar el terreno que está efectivamente plastificado con anterioridad. El comportamiento del suelo depende de su historia previa y por ello se ha considerado una carga previa igual al peso propio de las tierras para luego añadir las cargas de la estructura y evaluar únicamente los incrementos de tensión y asiento provocados por dicha carga estructural.

La carga aplicada es 1800 kN y los resultados de los análisis se muestran a continuación.

4.4.1. Losa sobre terreno homogéneo.

Se adjunta el resumen de los resultados de los 30 análisis.

E (kPa)	5.000			40.000			80.000		
PHI (°)	22	27	32	22	27	32	22	27	32
C (kPa)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tensión (kN/m ²)	200	200	914	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	1549	1081	914	184	135	112	96	67	58
Balasto (kN/m ³)	129	185	219	1090	1483	1790	2079	2978	3469

Tabla 4-14: Valores de asiento y tensión para zapata en arenas

E [(kPa)]	5000						LINEAL
ϕ [°]	20		25		30		
C [kPa]	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	1545	1130	1049	886	914	893	886
Balasto (kN/m ³)	129	177	191	226	219	224	226

Tabla 4-15: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 5.000 kPa

E [kPa]	40000						LINEAL
ϕ [°]	20		25		30		
C [kPa]	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	192	141	130	112	114	111	111
Balasto (kN/m ³)	1043	1420	1533	1781	1761	1799	1802

Tabla 4-16: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 40.000 kPa

E [kPa]	80000						LINEAL
ϕ [°]	20		25		30		
C [kPa]	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	96	70	66	56	57	55	55
Balasto (kN/m ³)	2088	2851	3053	3549	3527	3650	3653

Tabla 4-17: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 80.000 kPa

4.4.1.1. Losa sobre terreno lineal

Los valores del balasto elástico son la cota superior del problema y se pueden establecer relaciones de éste con el módulo de deformación que dependen de la dimensión del cimiento.

En este caso, de losa de 30x30 los valores son:

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
K [kPa/m]	225	1802	3652

Tabla 4-18: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico

A partir de estos valores se puede obtener la siguiente tabla

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
E/k [m]	22,15	22,2	21,9
E/(kB)	0,73	0,74	0,73

Tabla 4-19: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata

A la vista de la Tabla anterior, al igual que ocurría en zapatas, se puede concluir que la relación del balasto con el módulo y la dimensión de la zapata, obtenida de un cálculo lineal, es:

$$k_e = \frac{E}{0,7B}$$

(45)

Siendo:

k_e = Coeficiente de balasto considerando el terreno elástico

E = Módulo de deformación del terreno

B = Lado del cimiento cuadrado

Esta expresión es la misma que para zapatas de 3,0 x 3,0 lo cual nos permite decir que la relación parece ser universal.

4.4.1.2. Losa sobre terreno no-lineal

El coeficiente de balasto de todos los casos estudiados se muestra en la siguiente figura

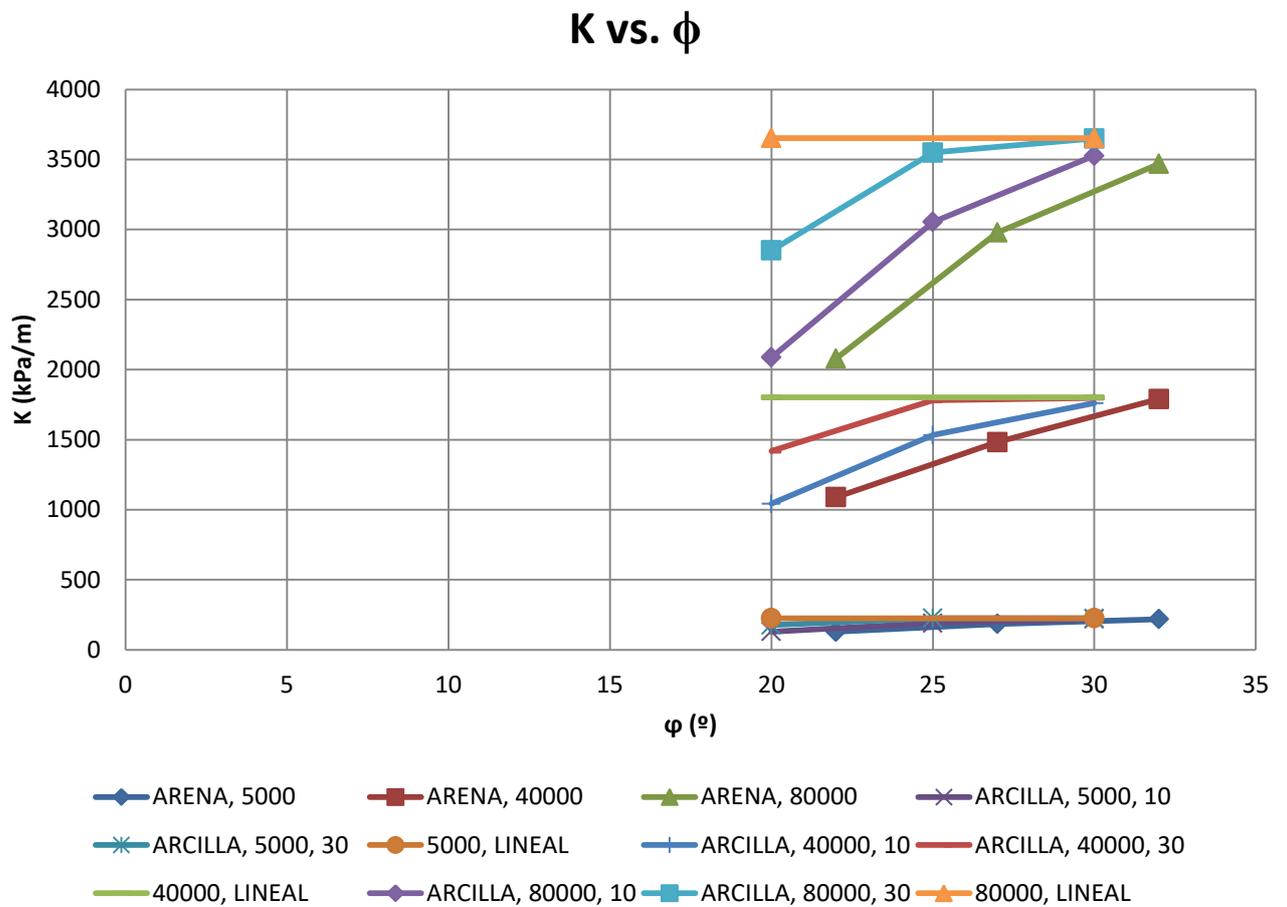


Figura 4-29: Coeficientes de balasto de los modelos de losa 30,0x30,0

4.4.1.3. Coeficiente de balasto referido al balasto

elástico k_e

Como se observó ya en el caso de zapatas, el coeficiente de balasto puede reducirse a múltiplos del balasto elástico, quedando los siguientes gráficos k/k_e vs. ϕ .

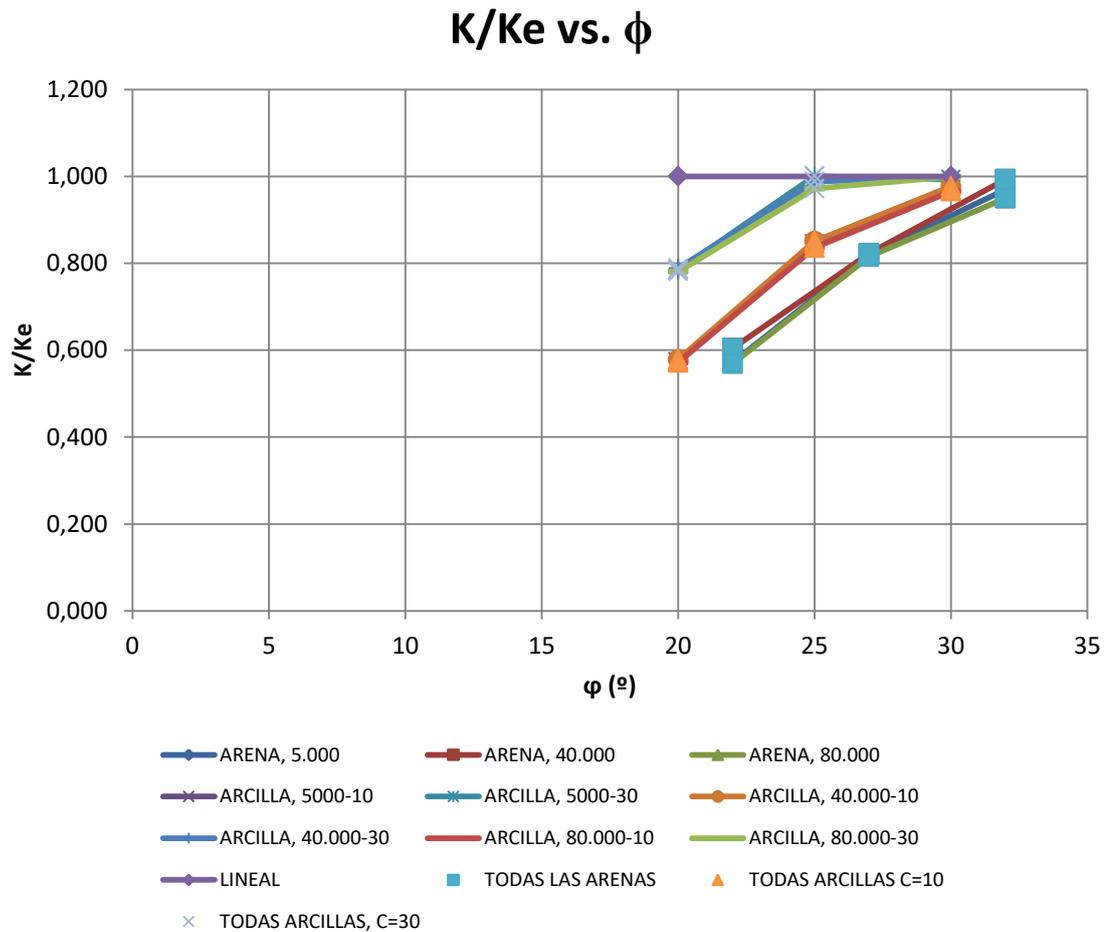


Figura 4-30: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento ϕ .

En este gráfico se observa como al dividir el *balasto* por el *balasto elástico* ($k_e = E/0,7B$) desaparece la dispersión de los resultados por módulos y se observa una dependencia lineal del balasto con el ángulo de rozamiento.

4.4.1.4. Expresión simplificada del balasto

El comportamiento observado puede expresarse de una sencilla forma analítica, teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Se observan comportamientos lineales de pendiente similar hasta alcanzar el valor del balasto elástico ($k/k_e = 1$)

- La pendiente de las rectas es en todos los casos la misma (1/25). Es decir, cada grado de ángulo de rozamiento el balasto relativo se incrementa un 4%.

Analíticamente se puede expresar de la siguiente forma.

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi}{25} + F(k_e, c)$$

(46)

Donde la función F es la ordenada en el origen y depende de c y k_e

- La ordenada en el origen, o más cómodamente la abscisa en el origen varía con el valor de la cohesión. En este caso, la abscisa en el origen de la recta
- Al alcanzar dicha recta el valor elástico, el comportamiento a partir de ese valor de φ es elástico (horizontal).
- La dependencia lineal se agrupa en función del valor de la cohesión.
- Finalmente es sencillo extraer una expresión analítica en función de la cohesión y el ángulo de rozamiento.

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25}$$

(47)

Donde:

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

$k_e = E/0,7B$

La precisión del ajuste de la propuesta analítica a los resultados obtenida se muestra en la siguiente figura.

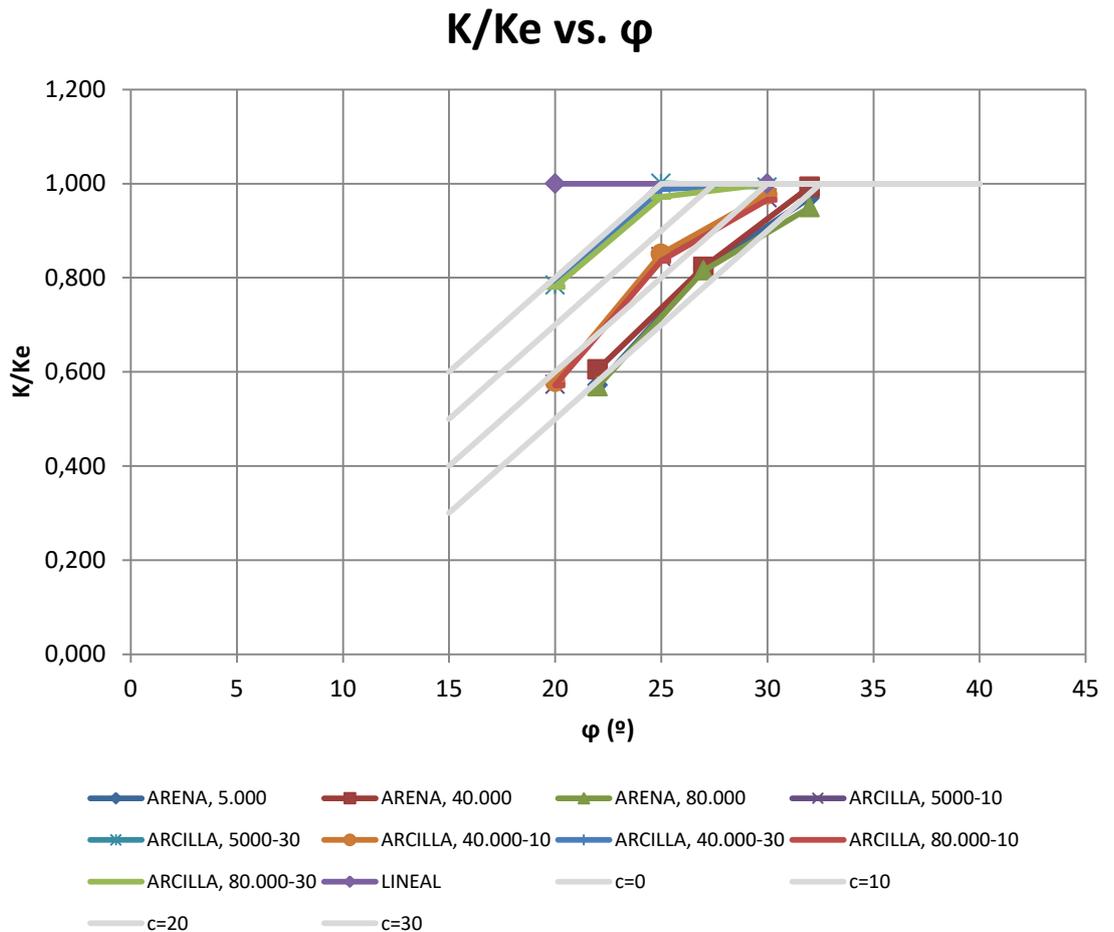


Figura 4-31: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.

Se puede ver en la figura que la expresión simplificada propuesta ajusta perfectamente los valores obtenidos en el cálculo no lineal.

4.4.2. Losa sobre terreno heterogéneo

El terreno heterogéneo planteado se compone de un estrato de profundidad $b=3,0$ m y de modulo E . Por debajo de él se dispone un terreno tres veces más rígido ($\varphi=40^\circ$; $c=30$ kPa) de forma que el conjunto, evidentemente será más rígido que el terreno homogéneo de módulo E . Se adjunta el resumen de los resultados de los 30 análisis.

E (kPa)	5000			40000			80000		
ϕ (°)	22	27	32	22	27	32	22	27	32
c (kPa)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	1245	955	838	170	130	110	86	65	55
Balasto (kN/m ³)	183	248	299	1459	1953	2324	2941	4115	4603

Tabla 4-20: Asiento y tensión para losas en arenas, en terreno heterogéneo

E (kPa)	5000						
PHI (°)	20		25		30		LINEAL
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	1273	957	941	834	835	834	834
Balasto (kN/m ³)	191	265	260	311	300	311	312

Tabla 4-21: Asiento y tensión para losas en arcillas, E= 5.000 kPa,, en terreno heterogéneo

E (kPa)	40000						
PHI (°)	20		25		30		LINEAL
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	175	130	128	110	110	110	110
Balasto (kN/m ³)	1483	2078	2104	2405	2455	2414	2420

Tabla 4-22: Asiento y tensión para losas en arcillas, E= 40.000 kPa,, en terreno heterogéneo

E (kPa)	80000						
PHI (°)	20		25		30		LINEAL
C (kPa)	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	89	66	65	55	55	55	55
Balasto (kN/m ³)	2930	4103	4145	4890	4884	4890	4890

Tabla 4-23: Asiento y tensión para losas en arcillas, E= 80.000 kPa,, en terreno heterogéneo

4.4.2.1. Losas sobre terreno lineal

Al igual que en losas sobre terreno homogéneo, una de las aproximaciones más importantes a los valores de balasto es la obtención del balasto en el caso de un cálculo lineal.

El cálculo se realiza únicamente en el supuesto de comportamiento lineal y la única variable que se utiliza en el cálculo es el Módulo de deformación.

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
K [kPa/m]	312	2420	4890

Tabla 4-24: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico en terreno heterogéneo

Y a partir de esta tabla se obtiene la tabla de valores relativos

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
E/k [m]	16	16,5	16,4
E/(kB)	0,53	0,55	0,54

Tabla 4-25: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la losa, en terreno heterogéneo

A la vista de la Tabla anterior se puede concluir que la relación del balasto con el módulo y la dimensión de la zapata, obtenida de un cálculo lineal, es:

$$k_e = \frac{E}{0,55B}$$

(48)

Siendo:

k_e = Coeficiente de balasto considerando el terreno elástico

E = Módulo de deformación del terreno

B = Lado del cimiento cuadrado

Esta expresión es la misma que la obtenida en zapatas.

Al igual que en zapatas, el balasto es un 30% mayor en este terreno que en el terreno homogéneo de igual balasto, evidentemente.

4.4.2.2. Losas sobre terreno no-lineal

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente figura con su valor relativo al balasto elástico, para diferentes valores del Módulo.

Al igual que en el resto de modelos, se observa que al dividir el *balasto* por el *balasto elástico* ($k_e=E/0,55B$) desaparece la dispersión de los resultados por módulos y se observa una dependencia lineal del balasto con el ángulo de rozamiento.

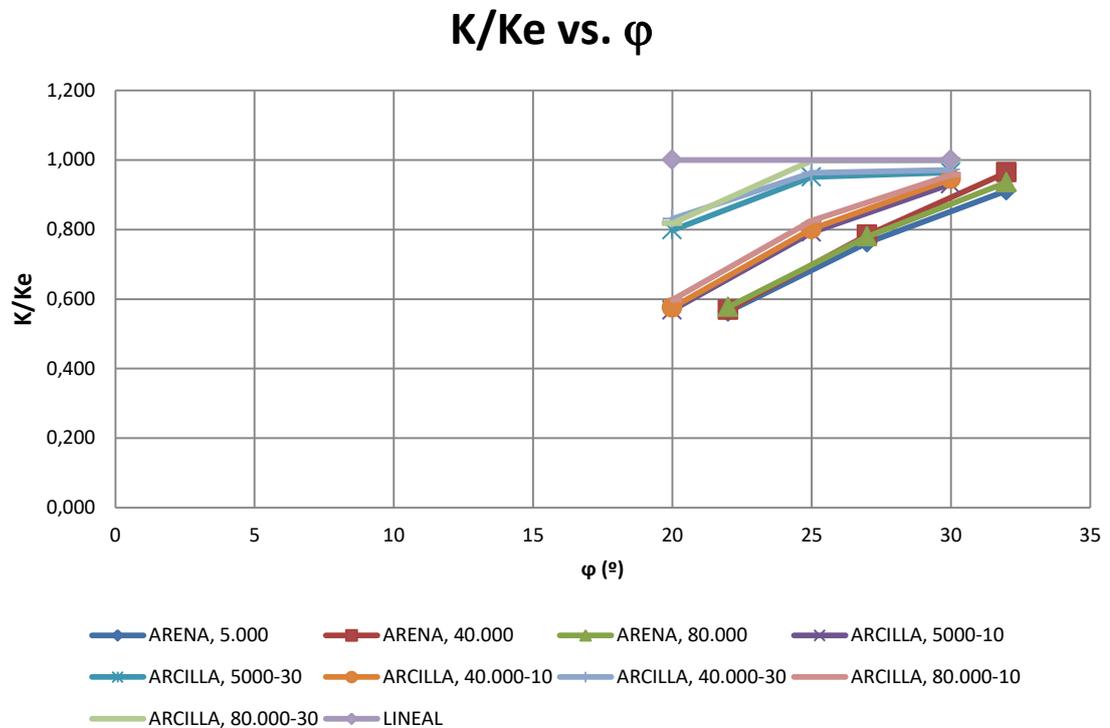


Figura: Coeficiente de balasto [kPa/m] vs. Ángulo de rozamiento en zapatas sobre terreno heterogéneo.

4.4.2.3. Expresión simplificada del balasto

Por las mismas razones que las observadas en §4.4.1.3, el comportamiento observado puede expresarse de una sencilla forma analítica

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25}$$

(49)

Donde:

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

$k_e = E/0,55B$

La precisión del ajuste de la propuesta analítica a los resultados obtenidos se muestra en la siguiente figura.

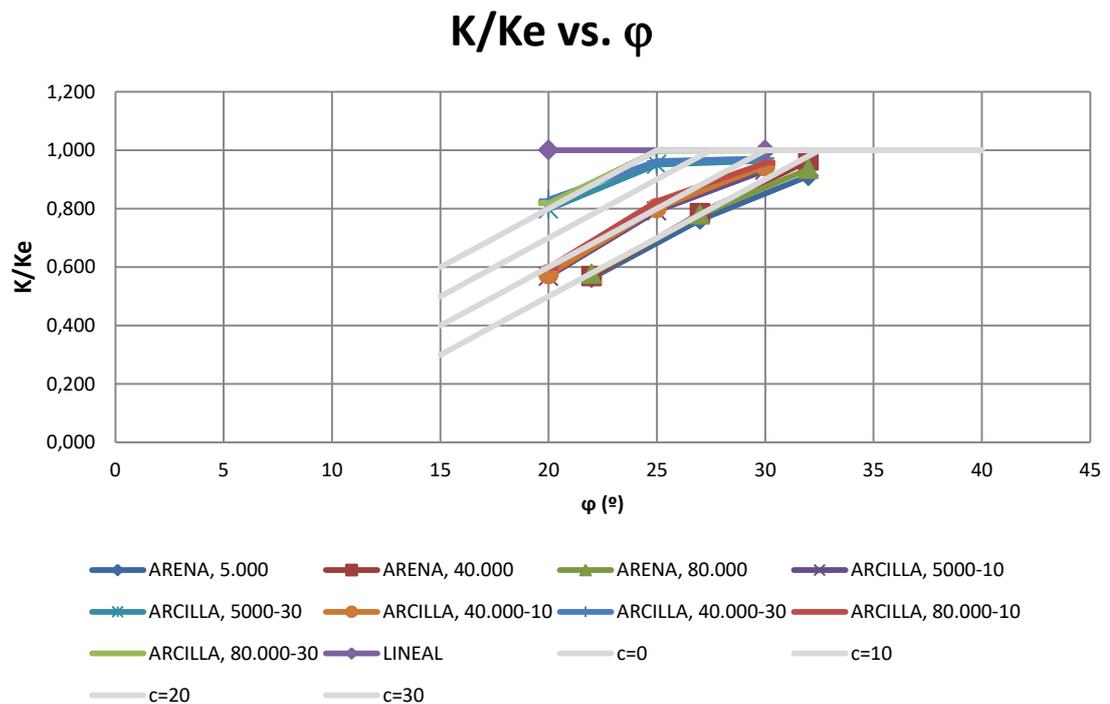


Figura 4-32: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión.

Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.

Se puede ver en la figura que la expresión simplificada propuesta ajusta adecuadamente los valores obtenidos en el cálculo no lineal.

Las disparidades en este caso son menores que en otros casos y las razones de su disparidad ya se han explicado en anteriores apartados.

4.5. Análisis de la placa

En el caso de una placa de carga de 0,30x0,30 m se van a estudiar las mismas relaciones y casos de terreno que en zapatas y losas.

La placa de carga tiene el interés de ser el ensayo con el que se resuelve la determinación experimental del balasto de un terreno. A partir de esta determinación, utilizando las numerosas fórmulas de la literatura científica, se extrapolan los valores para otros tamaños de cimiento y otras condiciones de terreno.

Así pues, es importante estudiar esta tipología pues de alguna forma es el patrón de las determinaciones. Y su estudio nos permitirá establecer la bondad de esas relaciones de correlación con otros tamaños y características del terreno.

La placa de 0,30x0,30 m ha sido solicitada con una carga de 18 kN para obtener una tensión media de 200 kPa.

El análisis de la placa ha sido más laborioso que el de los otros elementos. Seguramente por el pequeño tamaño de la misma no hemos podido obtener convergencia de los modelos no-lineales en muchos casos.

Se han realizado análisis de la placa con 22 condiciones diferentes de terreno homogéneo pero no se han evaluado condiciones de terreno heterogéneo pues el alcance del bulbo de la placa no supera 1,0 m.

Los casos más problemáticos han sido los ensayos sobre arenas. Solo se ha podido obtener un valor para arenas ($\varphi=32^\circ$)

En todos los cálculos se han obtenido los valores de los descensos y tensiones.

Se ha calculado el coeficiente de balasto a partir de la tensión media transmitida y el asiento medio calculado por media de los valores del centro y la esquina.

El tamaño de los elementos de este modelo es de 0,015 m

Se ha realizado también doble simetría para disminuir el tiempo de cálculo.

La profundidad que se ha considerado como infinita es de 3B, es decir, 0,90 m.

El ancho del modelo para que no modifique los resultados es de 5B, es decir, dos anchos a cada lado del cimiento.

Los resultados de los análisis se muestran a continuación. Y los valores son los que se conocen comúnmente como k_{30}

4.5.1. Placa sobre terreno homogéneo.

Se adjunta el resumen de los resultados de los 30 análisis.

E (kPa)	40.000
PHI (°)	27
C (kPa)	0
Tensión (kN/m ²)	200
Descenso (mm)	1,4
Balasto (kN/m ³)	71.429

Tabla 4-26: Valores de asiento y tensión para zapata en arenas

E [kPa]	5000						LINEAL
	20		25		30		
ϕ [°]	10	30	10	30	10	30	
C [kPa]	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	21,2	8,3	14,0	7,9	10,4	7,8	7,5
Balasto (kN/m ³)	9434	24038	14286	25189	19231	25806	26702

Tabla 4-27: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas $E= 5.000$ kPa

E [kPa]	40000						LINEAL
	20		25		30		
ϕ [°]							
C [kPa]	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	2,7	1,0	1,8	1,0	1,3	1,0	0,9
Balasto (kN/m ³)	75188	192308	114286	201613	153846	206612	213675

Tabla 4-28: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 40.000 kPa

E [kPa]	80000						LINEAL
	20		25		30		
ϕ [°]							
C [kPa]	10	30	10	30	10	30	
Tensión (kN/m ²)	200	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	1,3	0,5	0,9	0,5	0,6	0,5	0,5
Balasto (kN/m ³)	150376	385356	230150	403226	308166	413223	427350

Tabla 4-29: Valores de asiento y tensión para zapata en arcillas E= 80.000 kPa

4.5.1.1. Placa sobre terreno lineal

Como en los otros casos, se va a obtener el valor del balasto elástico a partir de los datos de los cálculos lineales.

En este caso, de placa de 0,30x0,30 los valores son:

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
K [kPa/m]	26702	213675	427350

Tabla 4-30: Resumen de valores de balasto con comportamiento elástico

A partir de estos valores se puede obtener la siguiente tabla

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
E/k [m]	0,187	0,187	0,187
E/(kB)	0,624	0,624	0,624

Tabla 4-31: Valores de balasto con comportamiento elástico en función del módulo E y de la dimensión de la zapata

A la vista de la Tabla anterior, a diferencia de lo que ocurre en zapatas y losas, se puede concluir que la relación del balasto con el módulo y la dimensión de la placa, obtenida de un cálculo lineal, es:

$$k_e = \frac{E}{0,62B}$$

(50)

Siendo:

k_e = Coeficiente de balasto considerando el terreno elástico

E = Módulo de deformación del terreno

B = Lado del cimiento cuadrado

4.5.1.2. Placa sobre terreno no-lineal

El coeficiente de balasto de todos los casos estudiados se muestra en la siguiente figura

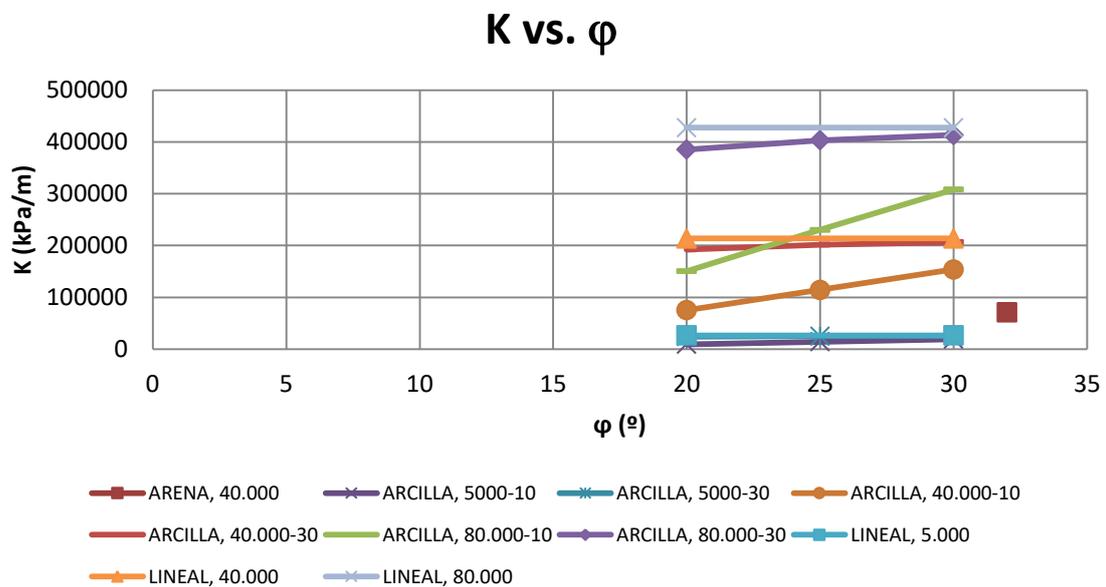


Figura 4-33: Coeficientes de balasto de los modelos de placa 0,30x0,30

4.5.1.3. Coeficiente de balasto referido al balasto

elástico k_e

Como se observó ya en el caso de zapatas y losas, el coeficiente de balasto puede reducirse a múltiplos del balasto elástico, quedando los siguientes gráficos k/k_e vs. φ .

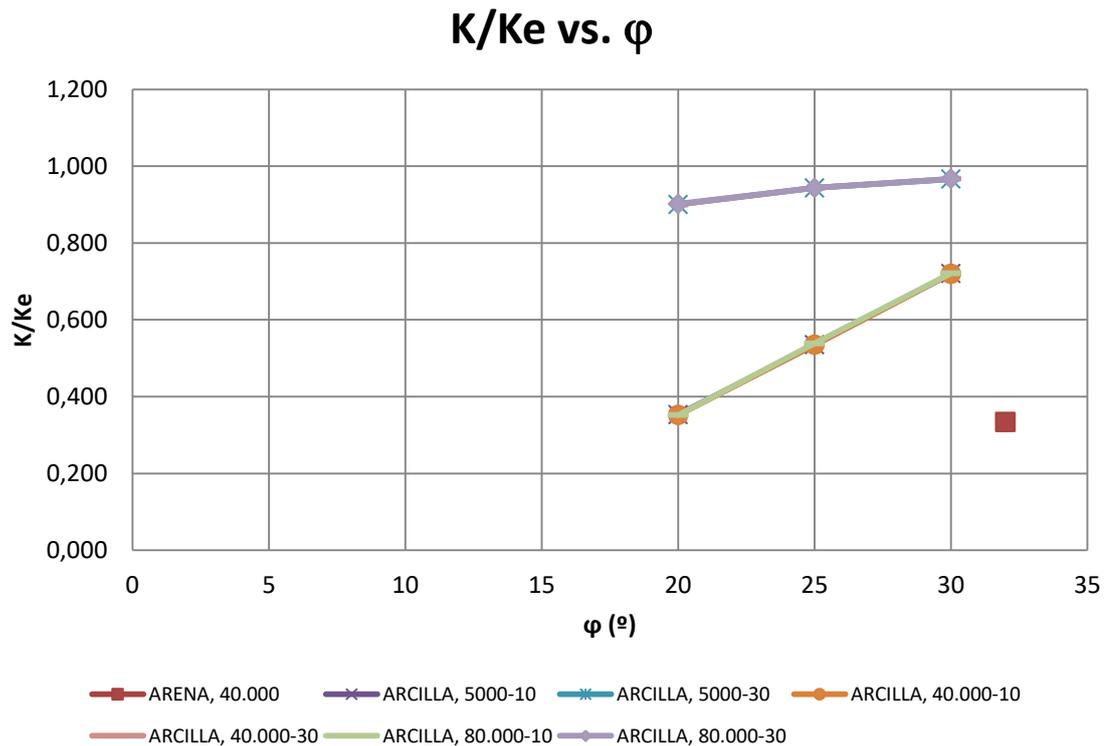


Figura 4-34: Coeficiente de balasto relativo al elástico k/k_e vs. Ángulo de rozamiento φ .

En este gráfico se observa como al dividir el *balasto* por el *balasto elástico* ($k_e=E/0,62B$) desaparece la dispersión de los resultados por módulos y se observa una dependencia lineal del balasto con el ángulo de rozamiento.

4.5.1.4. Expresión simplificada del balasto

El comportamiento observado puede expresarse de una sencilla forma analítica, teniendo en cuenta los mismos aspectos que en las zapatas y losas: Los dos aspectos más reseñados

son que la pendiente de la recta sigue siendo $1/25^\circ$ y varía la distancia entre los comportamientos de las distintas cohesiones y la abscisa en el origen. Se observa que sigue habiendo una “haz de rectas”.

Es sencillo extraer una expresión analítica en función de la cohesión y el ángulo de rozamiento.

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + c - 22,5}{25}$$

(51)

Donde:

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

$k_e = E/0,62B$

La precisión del ajuste de la propuesta analítica a los resultados obtenida se muestra en la siguiente figura.

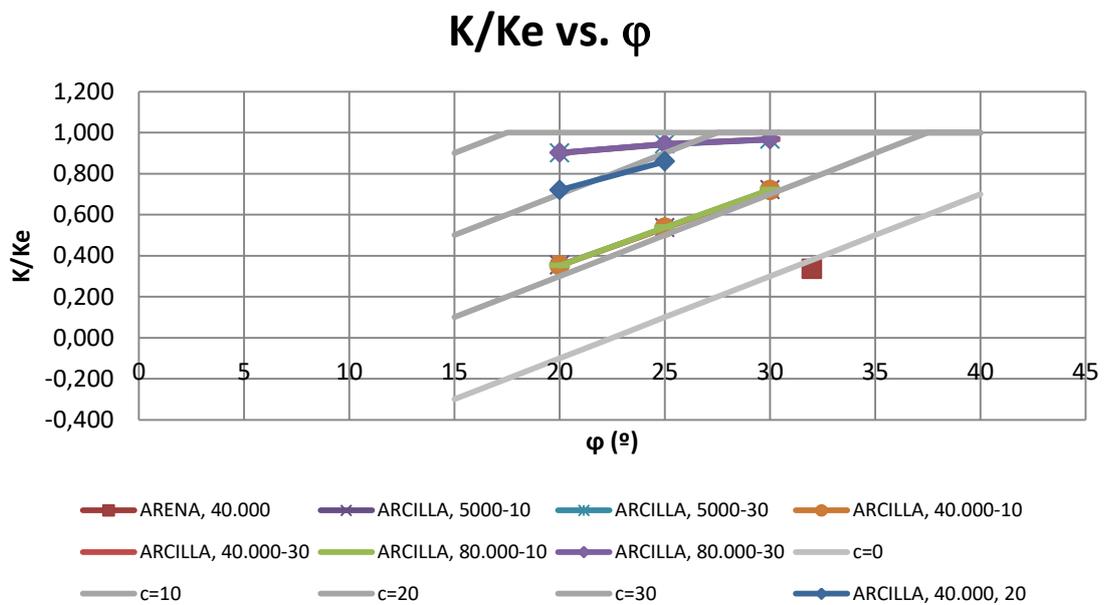


Figura 4-35: Balasto relativo vs. ángulo de rozamiento para distintos valores de cohesión. Expresiones simplificadas y valores del modelo no lineal.

Se puede ver en la figura que la expresión simplificada propuesta ajusta perfectamente los valores obtenidos en el cálculo no lineal.

4.6. Variaciones del estudio de tipologías de cimentación

4.6.1. Losa flexible y losa rígida

Se ha analizado la losa de 30x30 con un canto diferente, menor al de la “losa rígida” y más adecuado a un caso típico de losa de cimentación de un edificio.

Los resultados indican que, a efectos de balasto, no hay variaciones reseñables y el asiento media comparado con la tensión media es sensiblemente el mismo sea cual sea la rigidez del cimiento.

De alguna forma esperábamos un resultado algo diferente pues el bulbo de tensiones, si se disminuye la rigidez, podría pensarse que se hace más somero, pero no es así, el bulbo se mantiene constante y también los resultados del balasto. No ocurrirá lo mismo con los esfuerzos en la losa que variarán sustancialmente en función de la rigidez de la losa, como podemos comprobar en §5.

Como se ha indicado antes (cf. §4.4), el canto de la losa (1,5 m) se ha elegido con la intención de que el asiento entre el centro de la losa y el asiento máximo sea no mayor de un 30%. Este canto es ilógico desde el punto de vista estructural pero la intención de este estudio es determinar el balasto del conjunto losa-terreno. Obsérvese que aunque la losa es de 30,0 m, la deformada es cóncava, sin grandes cambios de concavidad en su interior.



Figura 4-36: Forma de asiento de la losa y diferencia de asiento entre los diferentes puntos de la losa.

Es decir, no se produce, de forma significativa el asiento que la intuición podría predecir:



Figura 4-37: Asiento que se producirá si la tensión bajo la losa fuese uniforme, en cuyo caso podría suponerse equivalente a una losa de piso.

Por eso para conseguir una losa rígida, a efectos de obtener asientos iguales en toda su superficie, es preciso tener en cuenta la longitud de la losa y no lo que dicta la intuición: distancia entre pilares.

Por la misma razón, el bulbo de tensiones afectado por la losa es 3 veces la longitud de la losa y muchos autores cuando hablan de rigidez de la losa proponen de una forma un poco equívoca, tener en cuenta la longitud de la losa y no la distancia entre pilares.

4.6.2. Losas de 15 m y 60 m

Se han evaluado dos losas de 15x15 y 60x60, la mitad y el doble del tamaño de la losa “patrón”.

Se han realizado únicamente ensayos lineales y se han obtenido los resultados de la tabla siguiente:

Tamaño (mxm)	Losas flexibles. Cálculo lineal					
	15x15			60x60		
E (kPa)	5000	40000	80000	5000	40000	80000
Tensión (kPa)	200	200	200	200	200	200
Descenso (mm)	440	55,1	28	1781,5	220	109
Balasto (kPa/m)	454,5455	3629,764	7142,857	112,2649	909,0909	1834,862

Tabla 4-32: Vales de Balasto elástico en losas de 15x15 y 30x30 m

El interés de estos análisis es comprobar si la expresión del balasto obtenida para losas de 30 m es adecuada.

En §4.4 se obtuvieron los datos para losa de 30x30 m:

E [kPa]	5.000	40.000	80.000
E/k [m]	22,15	22,2	21,9
$E/(kB)$	0,73	0,74	0,73

Replicando la misma tabla para los valores de estos nuevos análisis se tiene

Tamaño (mxm)	Losas flexibles. Cálculo lineal					
	15x15			60x60		
E (kPa)	5000	40000	80000	5000	40000	80000
Balasto (kPa/m)	454,5455	3629,764	7142,857	112,2649	909,0909	1834,862
E/k [m]	11	11,02	11,2	44	44	43,6
$E/(kB)$	0,733	0,735	0,747	0,742	0,733	0,727

De la que se puede concluir que la expresión del balasto elástico es un invariante para losas de cimentación y zapatas:

$$k_e = \frac{E}{0,7B}$$

(52)

4.6.3. Balasto vs. ϕ , en función del tamaño del cimiento

En losas (30,0m):

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\phi + \frac{c}{4} - 7,5}{25}$$

(53)

En zapatas (3,0 m):

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{3c}{4} - 17,5}{25}$$

(54)

En placas (0,30 m):

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + c - 22,5}{25}$$

(55)

Estas ecuaciones del balasto plantean una cierta variación del coeficiente de la cohesión y del término independiente que parece ser una variación logarítmica.

Efectivamente, haciendo la gráfica de estos valores en función de la variable independiente “dimensión del cimiento” tenemos las siguientes gráficas:

B	Término independiente	Coficiente de la cohesión
0,3	7,5	0,25
3	15	0,75
30	22,5	1

Estos valores dan lugar a las dos gráficas siguientes.

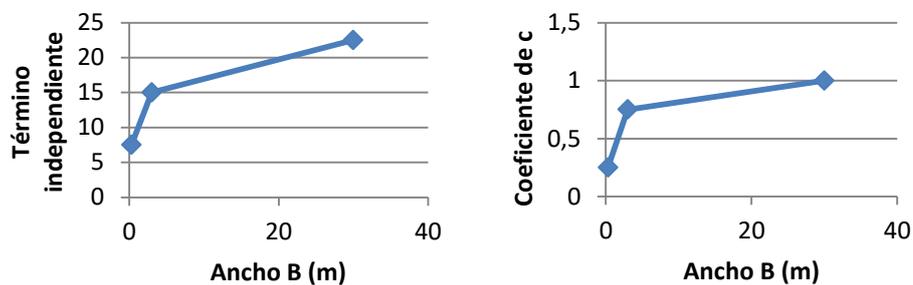


Figura 4-38: Variación de los términos de la ecuación de variación del balasto en función de la dimensión del cimiento

La forma de ambas funciones parece indicar que en abscisas logarítmicas pueden comportarse linealmente. Efectivamente:

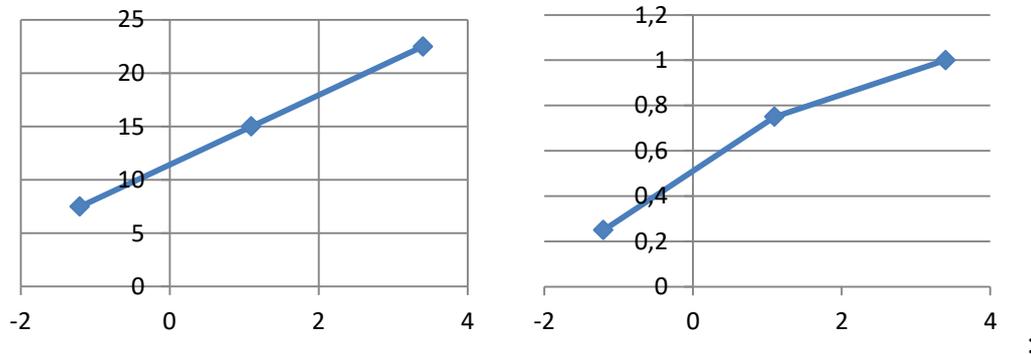


Figura 4-39: Variación logarítmica de los términos de la ecuación de variación del balasto en función de la dimensión del cimienta

La expresión de ambos valores en función de la dimensión es:

$$\text{Término independiente} = 3 \cdot \ln B + 10 \quad (56)$$

$$\text{Coeficiente de } c = 0,2 \cdot \ln B + 0,5 \quad (57)$$

En realidad lo interesante de esta dependencia logarítmica, a nuestro juicio, no es tanto obtener la expresión real del comportamiento sino demostrar dicha relación. Téngase en cuenta que la dependencia logarítmica implica que los cambios de resultado se dan solo cuando cambia el orden de magnitud y no cuando dentro del orden de magnitud hay una variación.

Quiere esto decir que la expresión obtenida para losas es válida para losas sea cual sea su dimensión de decenas de metros y la expresión obtenida para zapatas es válida para zapatas sea cual sea su dimensión de unos pocos metros.

Así pues, para losas puede darse por válida la expresión siguiente sea cual sea su dimensión.

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25}$$

(58)

4.7. Resumen de las aportaciones originales

El coeficiente de balasto de un cimiento bajo un suelo no-lineal se comporta como se indica en la figura.

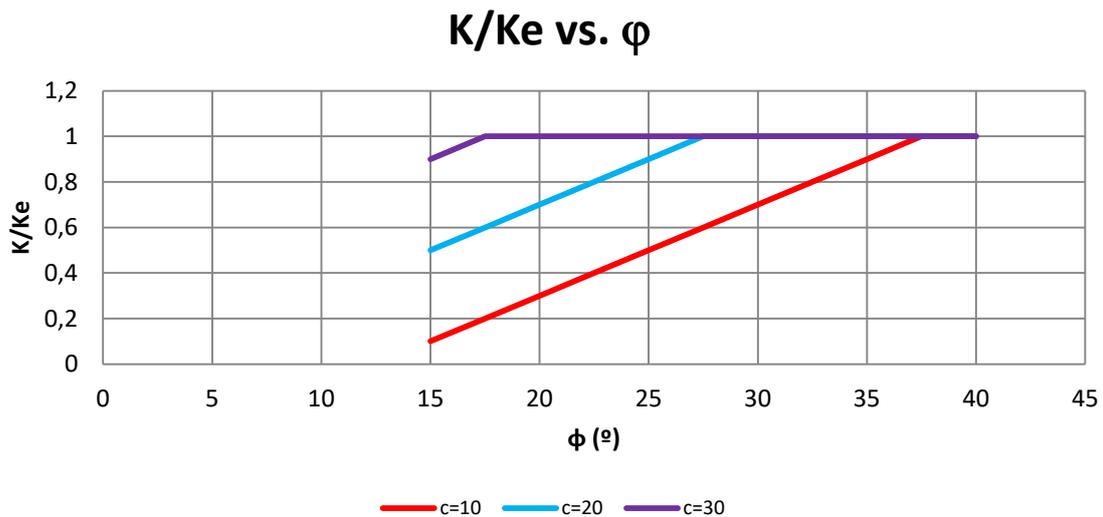


Figura 4-40: Variación del balasto medio, con el ángulo de rozamiento, para diferentes valores de la cohesión. Valores para una losa sobre terreno homogéneo

Se puede observar que el balasto tiene una variación lineal creciente con el ángulo de rozamiento y con la cohesión y el comportamiento tiene una cota superior que es el balasto elástico.

Las expresiones de las familias de rectas que gobiernan el comportamiento se indican en la siguiente tabla:

		LOSA	ZAPATA	PLACA
Terreno homogéneo	K_e	$\frac{E}{0,7B}$	$\frac{E}{0,7B}$	$\frac{E}{0,62B}$
	$\frac{k}{k_e}$	$\frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25} \leq 1$	$\frac{\varphi + \frac{3c}{4} - 17,5}{25} \leq 1$	$\frac{\varphi + c - 22,5}{25} \leq 1$
Terreno heterogéneo (*)	K_e	$\frac{E}{0,7B}$	$\frac{E}{0,7B}$	No procede
	$\frac{k}{k_e}$	Id a homog.	Id a homog.	No procede

(*) El terreno heterogéneo analizado es homogéneo hasta una profundidad B donde aumenta su rigidez a 3E

Donde:

k Balasto medio teniendo en cuenta los fenómenos no-lineales mecánicos del suelo

k_e Balasto medio considerando el terreno elástico,

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

Se entiende por balasto medio el cociente entre la tensión media y el asiento medio.

A la vista de las fórmulas y valores obtenidos se puede afirmar que:

- La expresión propuesta para el balasto elástico es similar a otras expresiones aportadas por otros autores, especialmente a la fórmula de Vesic reducida (VESIC, 1963, pp 1-31) y a la fórmula de Kolger (FRANCH, 2013)
- El balasto medio es directamente proporcional al módulo e inversamente proporcional a la dimensión del área cargada.

- El balasto medio es directamente proporcional a c y ϕ hasta alcanzar la cota superior del balasto elástico. Este comportamiento, que no ha sido caracterizado por otros autores, es debido al comportamiento no lineal del terreno y lleva a obtener balastos medios que pueden llegar a ser hasta un 40% más bajos que los elásticos.
- El coeficiente de balasto medio no depende de la tensión, ni de la rigidez de la estructura.
- La formulación del balasto medio para losas no varía con la longitud de la losa.
- En caso de otro tipo de terrenos heterogéneos habrá que hacer determinaciones específicas. En este sentido se abre un campo de futuras investigaciones para determinar la variación del balasto con la profundidad del estrato blando.
- Las conclusiones aportadas son válidas para geometrías sensiblemente cuadradas.

Referencias citadas

Bowles, J. E., 2012. *Foundation Analysis and Design*. (5ª ed.). New York, U.S.: McGraw-Hill Book Company.

De Miguel, JL, 2011, *Creo que lo tengo, me refiero a lo del balasto*, Notas para los estudiantes del Máster ETSAM

Drucker, D. C. and Prager, W., 1952, *Soil mechanics and plastic analysis for limit design*. Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, no. 2, pp. 157–165.

Franch, J., 2013, *Deformación y asentamientos de los suelos (2): elasticidad y plasticidad*.

<http://www.estudiosgeotecnicos.info/index.php/deformacionyasentamientosdelossuelos1elasticyplasticidad/>

- Horvath, J. S., 1984. *Modulus of subgrade reaction: new perspective*, Journal of Geotechnical Engineering, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol. 109, No. 12, pp. 1591-1596;
- López Villar, M. J., Guaita Fernández, M., 2000, *Asientos en Zapatas Corridas. Comparación entre Teorías Clásicas y el Método de los Elementos Finitos*. Informes de la Construcción, 52(467), 5-14.
- Nieto Leal, A., Camacho Tauta, J. F., Ruiz Blanco, E. F., 2009, *Determinación de parámetros para los modelos elastoplásticos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en Suelos Arcillosos*. Revista Ingenieros Universidad de Medellín, 8(15), 75-91.
- SOFiSTiK, 2014, *AQUA, materials and cross sections*, Software version SOFiSTiK 2014, Oberschleissheim, German.
- Vesic, A. B. and W. H. Johnson, 1963, *Model studies of beams resting on a silt subgrade*, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol. 89, No. SM1, pp. 1-31.

5. ANÁLISIS DE LOSAS DE CIMENTACIÓN

5.1. Visión crítica de los métodos existentes

Esta Tesis está buscando una estrategia de proyecto, es decir, simplificada, que permita calcular losas de cimentación de una forma más adecuada que los actuales métodos simplificados.

Hasta ahora existen varios métodos simplificados, casi todos ellos relacionados con el balasto, del modelo Winkler que se han demostrado claramente incompetentes.

Mientras que en proyecto no pueda implementarse de forma general (por cuestiones de disponibilidad de software y tiempo de cálculo) un método más complejo, es preciso reformular los métodos simplificados existentes y obtener uno que tenga en cuenta los aspectos más importantes que los actuales no tienen. Los métodos más generales son los que utilizan el módulo de deformación (y no de balasto) como parámetro deformacional.

De todos los métodos simplificados que existen, el más utilizado es el del balasto que consiste en disponer en el cálculo un lecho flexible de descanso de la losa con una condición de proporcionalidad entre el asiento y la tensión. Entre las pegas que tiene este método se pueden decir las siguientes:

- No tienen en cuenta el terreno adyacente por lo que la estimación de la deformación es falsa.
- La deformación de un sistema con balasto es convexa, mientras que la deformada real es cóncava. Esto, como se puede suponer, afecta a los valores de flexión.
- El balasto debajo de una losa no es el mismo en todos los puntos. Esto lo pretenden corregir los métodos acoplado y pseudo-acoplado pero para geometrías de cargas que no coinciden con los casos habituales.

Hubo un tiempo en el que la simplista aproximación de Winkler fue una respuesta lógica a la capacidad de cálculo que tenía la ingeniería civil. Actualmente se hace necesaria la revisión del modelo de balasto, bien usando otros modelos simplificados cuya base sea el modelo elástico (E) o el modelo elástico incluyendo no-linealidad o modelos directamente más complejos.

5.2. Método general de análisis

5.2.1. Establecimiento de un *patrón*

En este tipo de estudios de losas, los acercamientos de los investigadores no han podido ser nunca experimentales. En este tipo de disciplinas relacionadas con estructuras grandes, resulta complicado proveer a una investigación de datos de campo.

En este caso, más aún, pues si nos dispusiésemos a investigar una losa habría no solo que construirla (que se podría utilizar alguna ya construida o en construcción) sino además, habría que cargarla adecuadamente para poder tener relaciones causa efecto con una adecuada precisión. Pueden entender que esta hazaña es de tamaño novelesco por lo que será preciso, en aras de tomar un adecuado rasero establecer cuál es la realidad de las losa que estudiamos y, a partir del establecimiento de la que podríamos llamar la realidad, intentar sacar conclusiones de comportamiento o simplificaciones.

En esta tesis se establece el *patrón* basado en las consideraciones de los apartados inmediatamente posteriores.

5.2.2. Software

El método que con la mayor generalidad abarca el análisis del problema de las losas de cimentación es el MEF. Algunos autores (BOWLES, 2012, p. 557) opinan que el método más eficaz, sin embargo, es el FMG (cf. §3.5.4).

Por cercanía profesional y porque es un código muy sólido y con una larga trayectoria en ingeniería civil, no solo en estructuras sino también en suelos, hemos utilizado el MEF y el *software* SOFiSTiK, uno de cuyos módulos (HASE) permite la consideración de terreno como un semiespacio con ecuaciones constitutivas lineales (Boussinesq) o no lineales (Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Von Mises, GRAN, Swelling soil, etc)

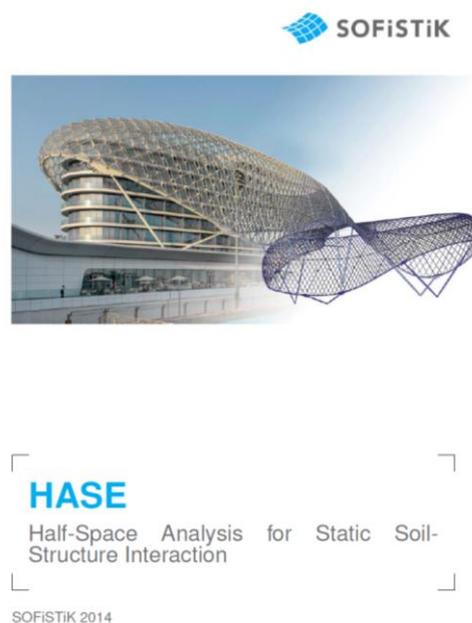


Figura 5-1: Software de cálculo utilizado. Portada de uno de sus módulos: [HASE Half Space]

Una de las formas más habituales de modelar la interacción suelo-estructura estática es a partir de la suposición de Winkler o de Boussinesq (cf. §3.3). Este método es relativamente sencillo de usar, pero no puede tener en cuenta las deformaciones por cortante en el suelo.

Uno de los métodos más precisos consiste en modelar el suelo mediante elementos finitos 3D. Esto requiere sin embargo, un gran número de elementos del suelo que en muchos casos puede exceder el número de elementos necesarios para modelar la estructura que suele ser el principal de interés de los ingenieros estructurales.

En el módulo HASE de SOFiSTiK se adopta una técnica de sub-modelado que resulta muy cómoda para los ingenieros estructurales y muy eficaz a los efectos de análisis del suelo: La estructura se modela mediante elementos finitos estándar, mientras que el suelo se modela usando la teoría del semiespacio.

La conexión entre las dos subestructuras se asegura con los coeficientes de rigidez/flexibilidad en los nodos de la interfaz suelo-estructura. Este método soluciona los problemas de convivencia de las dos técnicas porque tiene en cuenta las deformaciones por cortante en el suelo y no requiere el modelado discreto explícito del dominio completo del suelo.

HASE, basándose en la teoría del semiespacio, calcula la matriz de rigidez que representa el suelo. Dicha matriz se conforma previamente y se vincula con la parte de estructura. Con este proceso se termina el cálculo del Sistema compuesto bajo las cargas prescritas.

Una vez terminado el análisis estático, HASE permite hacer el post-proceso para la determinación de asientos del semiespacio a partir de las fuerzas de apoyo calculadas en el análisis estático.

HASE también permite calcular asientos del semiespacio a partir de cargas aplicadas directamente en el propio semiespacio sin necesidad de intermediación de una estructura. HASE permite también definir capas intermedias de diferentes espesores y con diferentes parámetros del suelo.

5.2.3. Terrenos. Características mecánicas y geométricas

Los terrenos analizados se han descrito en §4.2.9. En resumen, se ha utilizado un terreno Drücker-Prager que tiene unas consideraciones muy similares al Mohr-Coulomb y menos problemas de convergencia por la suavización de aristas de las expresiones constitutivas.

Ha habido dos importantes factores en la definición de los terrenos a adoptar:

- Que los modelos utilizasen parámetros del suelo bien conocidos y usuales en la definición de los suelos. Existen muchos modelos complejos de suelos que exigen un conocimiento del suelo que está muy lejos de ser el habitual en los informes geotécnicos normales y buenos.
- Que los modelos utilizasen parámetros del suelo con valores asegurados. Muchos de los parámetros del suelo aún siendo habituales, pueden tener valores muy cambiantes.

Los tres parámetros del suelo que, a nuestro juicio, están más claramente determinados en un informe geotécnico, además de la tensión admisible, son:

- Cohesión
- Ángulo de rozamiento,
- Módulo de deformación, que, desde el punto de vista de las deformaciones, es el parámetro de más certera determinación en un informe (ROMANA, 1999)

5.2.4. Hormigón. Características mecánicas

El hormigón es el material constituyente de la losa, más concretamente, el hormigón armado.

Para su definición numérica se han utilizado dos tipos de modelo uno lineal y uno no lineal.

5.2.4.1. Modelo lineal del hormigón

El modelo lineal del hormigón necesita únicamente la definición de su módulo de deformación.

El hormigón lineal utilizado es el equivalente a un hormigón de $f_{ck} = 30$ MPa con un módulo de deformación, estimado según el EC-2 (EC2, 2010) de 33 GPa.

Su comportamiento es lineal infinito a tracción y a compresión a efectos de conocer el comportamiento elástico puro de la losa, a imagen de lo que hacen la mayoría de los programas comerciales convencionales de proyecto de estructuras.

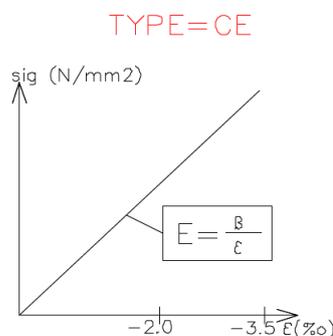


Figura 5-2: Ecuación constitutiva elástica (Manual del SOFiSTiK Modulo AQUA, 2012)

5.2.4.2. Modelo no lineal de hormigón

La introducción de un modelo no lineal del hormigón permitirá analizar la influencia de la desrrigidización de la losa por efecto de la plastificación.

A estos efectos, la ecuación constitutiva del hormigón aunque no-lineal puede ser relativamente sencilla pues no se quiere entrar en el detalle del comportamiento de la sección sino que se pretende evaluar únicamente la influencia de su plastificación en el análisis de esfuerzos. Hubiese sido más sencillo, si se hubiera tratado de elementos lineales, introducir una ecuación momento curvatura $M - \chi$ elastoplástica.

Sin embargo al tratarse de un análisis en 3D, el material debe ser introducido mediante una ecuación constitutiva tensión-deformación ($\sigma - \epsilon$) cuyo objetivo sea conseguir una ecuación $M - \chi$ elastoplástica o similar.

El modelo no lineal del hormigón utilizado tiene en cuenta el comportamiento progresivamente plástico a compresión y un comportamiento elastoplástico a tracción.

SOFiSTiK permite el uso de ecuaciones convencionales para la compresión e introducirle un comportamiento específico a tracción. Así, el comportamiento a compresión elegido es la ecuación parábola rectángulo definida en el EC2 (EC2, 2010) para un hormigón C-30.

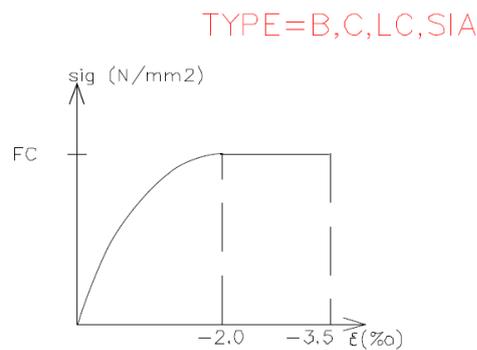


Figura5-3: Ecuación constitutiva del hormigón a compresión.

Aunque a efectos de determinación de propiedades tenso-deformacionales es más adecuada por ejemplo la ecuación de Sargin, (EHE-98, 1998) a efectos de sencillez y para la función que se pretende, es suficiente con la aproximación parabólico-plástica.

Un estudio en profundidad del comportamiento tenso-deformacional no-lineal puede encontrarse en López-Agüí (LÓPEZ AGÜÍ, 2012)

Dado que la parte traccionada del hormigón no colabora a la rigidez real sino que es el acero el que la aporta, ha sido preciso incorporar una ecuación constitutiva que tenga en cuenta esa circunstancia.

Un modelo sencillo y eficaz de aplicación es el elasto-plástico que tiene una resistencia a tracción del hormigón equivalente a la fuerza del acero. Suponiendo una cuantía de acero pasivo A_s trabajando a una tensión máxima de f_{yd} , y por tanto, aportando una fuerza de tracción $T_d = A_s f_{yd}$, se propone el siguiente tramo elastoplástico a tracción del hormigón.

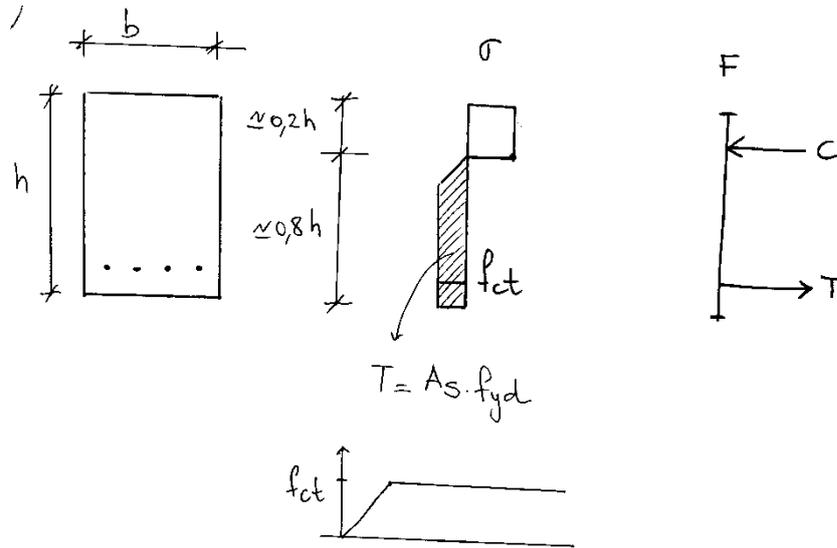


Figura 5-4: Ecuación constitutiva del hormigón a tracción

Como se puede observar, haciendo la suposición de una profundidad de compresiones típica de $0,2h$, y planteando que las tracciones aportadas por el acero las aporta el hormigón equivalente, se obtiene la siguiente expresión de la resistencia a tracción equivalente de este hormigón.

$$A_s f_{yd} = f_{ctd}^* \cdot b \cdot 0,8h \quad (59)$$

Luego

$$f_{ctd}^* = 1,25 \rho f_{yd} \quad (60)$$

No se van a tener en cuenta en este modelo las pérdidas de rigidez debidas al comportamiento termohigrométrico del hormigón, bien caracterizadas en PÉREZ, 2013 y que sin duda podrán ser una fuente de nuevas investigaciones.

5.2.5. Geometría de la losa

La losa de cimentación elegida para realizar los cálculos debe ser lo más genérica posible.

Se ha elegido una losa de luces iguales, muy frecuente en edificación. Aunque es cierto que en muchas ocasiones la distribución de luces en el primer vano puede ser un 0,75L para optimizar los paños de los pisos superiores.

Las luces de 8,0 m, utilizadas para hacer los análisis de referencia corresponden a una edificación típica de oficinas o centros comerciales, muy utilizada cuando las plantas inferiores son de aparcamiento.

El número de vanos (5) se ha elegido para poder fijar el comportamiento de los vanos interiores. Con menos vanos (4), no hay negativo central y con más vanos se habría hecho muy caro en tiempo de análisis. Además se ha comprobado como los esfuerzos se estabilizan suficientemente como para asegurar que se mantienen iguales para losas de mayor número de vanos.

Los espesores se han elegido atendiendo a los posibles espesores que se proyectan en este tipo de losas y abarcando las posibles soluciones, más y menos rígidas.

La definición del tamaño de la malla se ha discutido en cf. §4.2.8

5.2.6. Superestructura

La superestructura y su influencia en el resultado del dimensionamiento de las losas de cimentación es un asunto planteado por numerosas publicaciones (CALAVERA 2015, p. 284; RODRÍGUEZ ORTIZ, 1989, pp. 147-149; CTE, 2007, p. 126; HORVATH, 2002, pp 7-11).

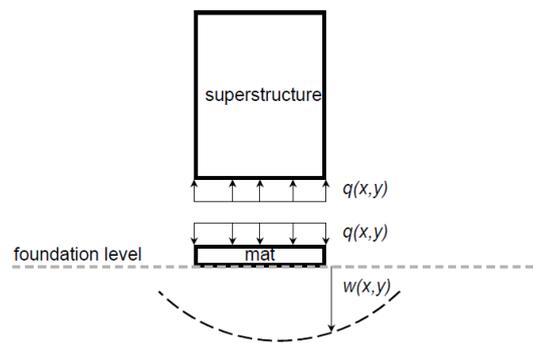


Figura 5-5: Interacción suelo-superestructura (HORVATH, 2002, p. 10).

Tradicionalmente las estructuras de cimentación en edificación se han estudiado desacopladas. Y ese también ha sido el caso de las losas de cimentación, aunque en casos en los que se prevean problemas de asientos diferenciales, es recomendable hacer una evaluación específica.

La interacción suelo-superestructura y, evidentemente mucho más compleja que la suelo-estructura de cimentación.

Esta última sí se ha tenido en cuenta que afecta directamente y de forma importante al dimensionamiento, pero la interacción suelo-superestructura, no se ha tenido en cuenta. Quiere esto decir que las cargas han sido transportadas por unos elementos verticales que no transportan rigidez alguna.

Se recomienda en el apartado futuras investigaciones, desarrollar este camino para valorar la importancia de la rigidez de la superestructura en este resultado.

Sin embargo y a título orientativo se puede considerar que la rigidez de la superestructura que afecta al conjunto suelo-cimiento (Meyerhoff, ACI, referencia 7.1 de Calavera, 2015, p. 257) es la suma de las rigideces de las diferentes plantas.

Asumiendo que las luces son las mismas en toda la altura y teniendo en cuenta que usualmente el canto de la losa suele ser 3 veces mayor que el de las vigas de piso, podemos observar que la rigidez se duplica para 10 plantas.

Así pues, considerando un coeficiente de rigidez relativa expuesto en §3.7.3 igual a

$$k_r = \frac{E_c h^3}{k L^4}$$

(61)

Se puede proponer una sencilla modificación que tenga en cuenta las rigideces de las plantas superiores mediante la siguiente expresión:

$$k_r = \frac{E_c}{k} \frac{\left(h_{cim}^3 + \sum \left[h_{piso}^3 \frac{b_{viga}}{b_{portico}} \right] \right)}{L^4}$$

(62)

Se observa que la expresión tiene en cuenta que en cimentación hay una losa maciza y en plantas superiores puede haber vigas. En caso de que también haya losas en las plantas superiores, el cociente $\frac{b_{viga}}{b_{portico}}$ se toma igual a 1,0.

Adelantamos que entendemos que las rigideces de la losa y las rigideces de la superestructura no son sumables directamente a efectos de la obtención de los esfuerzos flexión en la losa de cimentación pues en dicha flexión tiene más importancia la rigidez de la losa de cimentación. Quizás la rigidez que aporta la superestructura a la rigidez del conjunto cimiento estructura sea una fracción, es decir se le aplique un coeficiente menor que uno.

Los métodos propuestos en esta Tesis no han tenido en cuenta este hecho y, sin investigación previa de la validez de los resultados no se aporta este método de corrección en las conclusiones de esta tesis, aunque se prevé que puede ser una interesante simplificación si se demuestra que funciona.

5.2.7. Cargas

Las cargas de los pilares se han introducido como cargas repartidas en una pequeña superficie de $60 \times 60 \text{ cm}^2$.

El criterio de cargado ha sido.

- La carga transmitida por cada pilar está relacionada isostáticamente con la superficie asociada a cada pilar
- La carga en cada pilar es tal que la tensión media de servicio es 60 kPa. (lo que equivale a un edificio entre siete y diez plantas)
- Los cálculos de flexión se han realizado para una carga media de 100 kPa

5.3. Modelos de comparación

Para el desarrollo de la Tesis se han realizado varios modelos que nos han permitido comparar los resultados del Patrón con posibles métodos simplificados. Lo que permiten estos modelos de comparación es orientar sobre los resultados del Patrón y calibrar si los modelos usualmente utilizados tienen sentido.

5.3.1. Modelo de balasto

El llamado modelo de balasto es el que resulta de aplicar a la misma geometría y cargas que el modelo *patrón* unas condiciones de suelo elástico tipo Winkler, con el coeficiente de balasto obtenido a partir de las consideraciones del §4.

El balasto introducido tiene ya las consideraciones de no linealidad del suelo pues se ha obtenido a partir de las expresiones no lineales que relacionan el balasto con el módulo de deformación, el ángulo de rozamiento y la cohesión por la fórmula:

$$\frac{k}{k_e} = \frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25} \leq 1$$

(63)

Siendo el Balasto elástico k_e :

$$k_e = \frac{E}{0,7B}$$

(64)

Así pues este modelo arrojará los resultados de un habitual cálculo de losas salvo que el coeficiente de balasto utilizado es más certero pues tiene en cuenta las no linealidades generales (e el sentido de valores medos de la losa) del suelo debidas a su naturaleza E , c y φ .

5.3.2. Modelo de Pórticos virtuales. Método directo

Es muy claro que ni el método de Pórticos Virtuales ni el método directo, tal cual están enunciados en ACI (ACI, 2011, §13.6 y §13.7) son de aplicación a losas de cimentación; ya se ha explicado en §3.6.

Calavera (CALAVERA, 2015, p. 287) también lo expone y hace referencia al ACI 318 (ACI, 2011, §15). “el método de cálculo utilizado en el cap. 13 (forjados sin vigas), no debe ser utilizado para el cálculo de zapatas combinadas y losas de cimentación”

Además de la razón aportada en §3.6: “El método de Pórticos virtuales supone indeformabilidad axil de los pilares cosa totalmente falsa en una losa de cimentación”;

Calavera aporta tras razones:

- No existe correspondencia entre acciones y reacciones
- Los estudios se refieren a losas:
 - de espesor típico de losas de piso, 0,20, 0,30 m,...

- con cargas de alrededor ente 3 y 10 kN/m²

Por esta incompatibilidad evidente lo cierto es que el método de los Pórticos Virtuales y su sub-método, el Método directo no son aplicables a Losas de cimentación.

Sin embargo la forma de plantear el método encierra una filosofía numérica aprovechable, muy sencilla y útil para determinar flexiones en losas de cimentación.

Recordamos que la filosofía del método consiste primero en repartir el momento isostático total del pórtico en un positivo y dos negativos mediante las tablas siguientes

	<i>C</i> <i>aso A</i>	<i>C</i> <i>aso B</i>	<i>Ca</i> <i>so C</i>
Momento negativo en apoyo exterior	30 %	0 %	65 %
Momento positivo en vano	52 %	63 %	35 %
Momento negativo en apoyo interior	70 %	75 %	65 %

Caso A: Losa elásticamente empotrada en el soporte de borde y con continuidad en el otro extremo

Caso B: Losa simplemente apoyada en un borde y con continuidad en el otro

Caso C: Losa perfectamente empotrada en ambos bordes o con continuidad en ambos apoyos (vano intermedio)

Tabla 5-1: Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_o

Y luego repartir en bandas los citados momentos del pórtico, mediante las siguientes tablas.

<i>Tipo de banda</i>	<i>Momentos negativos</i>		<i>Momentos positivos</i>
	Sobre soportes interiores	Sobre soportes exteriores	En cualquier vano
Banda de soportes	75	100	60
Banda central	25	20	40

Tabla 5-2: Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas

En los gráficos se incorporarán estos valores de comparación que aun no siendo válidos nos permiten de nuevo orientarnos entre la gran cantidad de valores que se han obtenido en los análisis.

5.4. Casos estudiados

Los diferentes valores de las variables a continuación han sido combinadas todas con todas para obtener de cada una de las combinaciones un cálculo diferente. Así, en total se han realizado 54 diferentes cálculos del *patrón*.

5.4.1. Diferentes tipos de suelo

Atendiendo a las propiedades del suelo que intervienen en la determinación del balasto y proponiendo un abanico que pueda englobar a los valores más habituales de suelos convencionales, se han realizado las siguientes combinaciones de valores:

- Módulo de deformación E en kPa:
 - 40.000 kPa
 - 80.000 kPa
- Cohesión c en kPa
 - 0 kPa
 - 10 kPa
 - 30 kPa
- Ángulo de rozamiento φ en [°]
 - 25°
 - 30°
 - 35°

5.4.2. Espesor de la losa

Se han buscado espesores de losa lógicos y que cubran un rango de rigideces relativas importantes, entre 0,1 y 10.

Para ello se han utilizado los siguientes valores de espesor:

- $e= 0,6$ m
- $e= 0,8$ m
- $e= 1,0$ m

5.5. Resultados obtenidos del Patrón y del modelo de comparación

5.5.1. Resultados extraídos de cada cálculo

Antes de seguir y para no crear confusión en este doctorando y, como consecuencia, en el lector, es preciso aclarar la nomenclatura del signo de los momentos: los momentos bajo pilares son positivos y los de centro de vano son negativos y sin embargo la forma de la ley es picuda en positivos y suave en negativos, lógico pero justo al revés de lo que la intuición (falsa amiga) nos propone.

En lo que sigue se tomará el siguiente criterio:

- Se dibujarán los flectores negativos hacia abajo y positivos hacia arriba, de tal forma que la ley quede de la forma que solemos ver las leyes de flectores en losas de piso.
- Los valores de los momentos se expresarán en valor absoluto y se denominarán “momentos en el pilar” y “momentos en el vano” tal y como se indica en la figura.

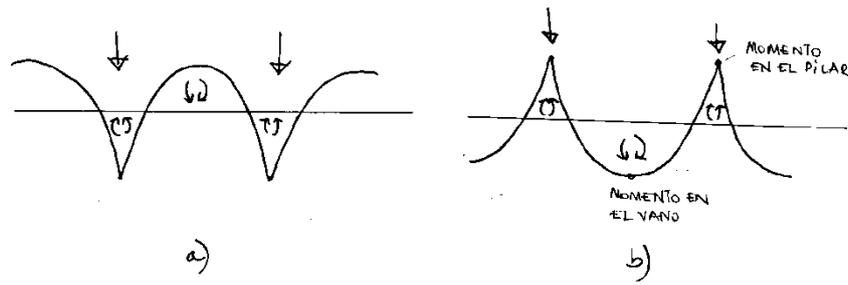


Figura 5-6: Nomenclatura y dibujo de momentos en la losa. a) Criterio de signos universal de los momentos flectores; b) criterio de dibujo de esta Tesis

Los resultados del cálculo se han centrado en el pórtico central de cinco vanos y un ancho de 8,0 m.

Del pórtico central de cada análisis se han extraído los siguientes resultados:

5.5.1.1. Momentos longitudinales absolutos

Se extraen los datos del momento en los tres primeros vanos centrales (el tercero es el que está en el eje de simetría) y en los dos pilares intermedios (el momento en el primer pilar es aproximadamente nulo). Dichos momentos se llaman con el número de su abscisa:

- Momento en vano 3,2 m (el máximo momento del primer vano no se produce en el centro)
- Momento en pilar 8,0 m
- Momento en vano 12,0 m
- Momento en pilar 16,0 m
- Momento en vano 20,0 m

Los momentos en otras abscisas no son importantes y no se almacenan; aunque en el primer vano se han observado algunas anomalías en la distribución que podrían ser objeto de estudio posterior.

De dichos momentos longitudinales se han obtenido los:

- Momentos en todo el ancho del pórtico M_T
- Momentos en la banda de pilares M_{BP} , entendiendo por esta la que abarca un ancho igual a la mitad del pórtico y situado sobre pilares
- Momentos en la banda central M_{BC} entendiendo por esta la que abarca un ancho igual a la mitad del pórtico y se sitúa en el centro del vano.

Evidentemente se cumple siempre que

$$M_T = M_{BP} + M_{BC}$$

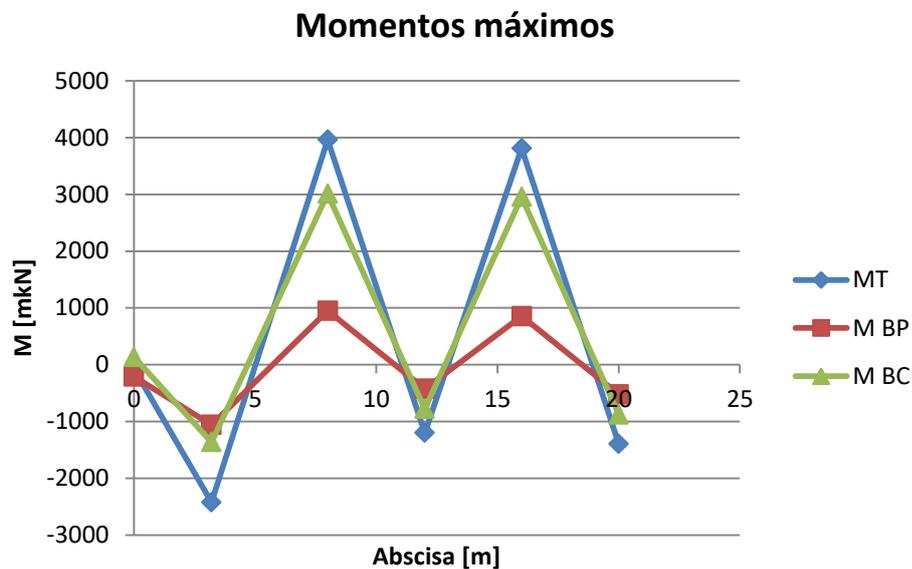


Figura 5-7: Ejemplo de gráfico de momentos totales y en bandas de uno de los casos analizados

5.5.1.2. Momentos longitudinales relativos

Se han obtenido los momentos relativos de los momentos anteriores, referidos cada uno de ellos a un momento diferente.

Los momentos totales M_T se van a referir al momento de referencia del vano. Dicho momento de referencia también se llama momento isostático y está definido por la siguiente expresión:

$$M_0 = \frac{1}{8} p \frac{(b_1 + b_2)}{2} L^2$$

(65)

Donde:

p = presión media mayorada sobre la losa;

b_1, b_2 = ancho de los recuadros adyacentes;

$(b_1+b_2)/2$ = ancho del pórtico en el vano;

L = luz libre del vano medida entre paramentos de soportes, con $a_e \leq 0,65^a$

Los momentos en bandas M_{BP} y M_{BC} se van a referir al momento total M_T

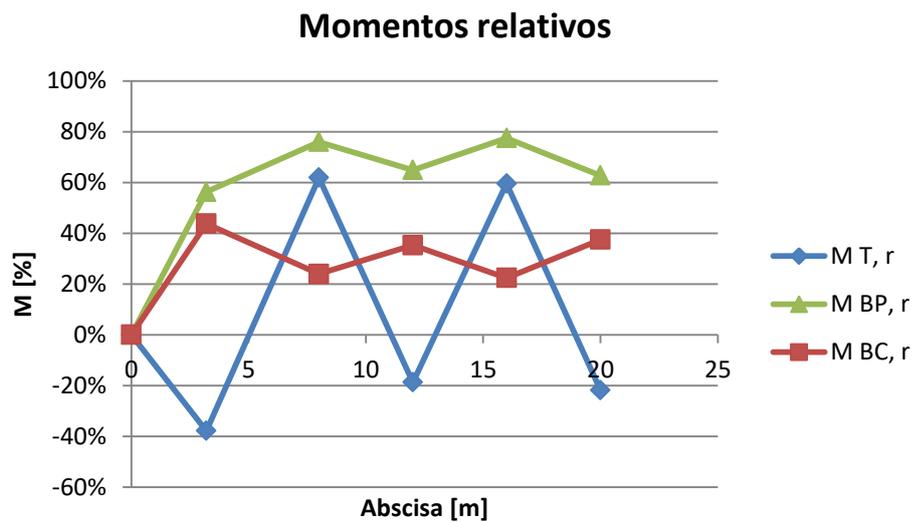


Figura5-8: Ejemplo de gráfico de Momentos totales relativos al Momento isostático y Momentos en Bandas relativos al Momento total.

5.5.1.3. Matriz de balastos

La matriz de balastos no es un resultado directo del programa pero ha resultado muy importante tratar los datos de tensión y asiento en cada EF para obtener metro a metro el balasto como cociente de ambas variables.

Esta operación da lugar a unas matrices de balasto real en cada punto de la losa como la de la Tabla.

20	2317	2401	2646	3025	3370	3040	2683	2452	2380	2483	2753	3160	3524	3167	2765	2484	2364	2471	2871	3522	5392
19	1579	1630	1762	1925	2025	1935	1772	1646	1612	1677	1816	1979	2081	1953	1749	1565	1496	1612	1908	2208	3522
18	1175	1212	1306	1413	1454	1421	1323	1231	1199	1238	1336	1445	1477	1407	1259	1115	1060	1149	1388	1908	2871
17	975	1000	1061	1113	1138	1123	1070	1010	991	1021	1082	1128	1136	1081	985	895	857	923	1149	1612	2471
16	903	923	976	1031	1053	1038	989	941	922	941	988	1031	1037	989	909	830	803	857	1060	1496	2364
15	927	956	1030	1100	1134	1113	1049	978	948	975	1043	1107	1125	1082	981	875	830	895	1115	1565	2484
14	995	1042	1154	1254	1285	1264	1176	1068	1018	1060	1173	1278	1304	1265	1138	981	909	985	1259	1749	2765
13	1063	1117	1254	1426	1510	1434	1268	1144	1090	1144	1291	1473	1561	1468	1265	1082	989	1081	1407	1953	3167
12	1104	1156	1294	1524	1789	1522	1300	1173	1129	1188	1340	1598	1872	1561	1304	1125	1037	1136	1477	2081	3524
11	1099	1144	1273	1442	1550	1447	1287	1167	1126	1175	1315	1512	1598	1473	1278	1107	1031	1128	1445	1979	3160
10	1058	1093	1179	1260	1294	1273	1199	1118	1083	1120	1217	1315	1340	1291	1173	1043	988	1082	1336	1816	2753
9	1019	1041	1091	1141	1161	1149	1108	1061	1042	1066	1120	1175	1188	1144	1060	975	941	1021	1239	1677	2483
8	1002	1019	1058	1096	1115	1104	1074	1039	1024	1042	1083	1126	1129	1090	1018	948	922	991	1199	1612	2380
7	1016	1039	1088	1137	1160	1148	1109	1059	1039	1061	1118	1167	1173	1144	1068	978	941	1010	1231	1646	2452
6	1048	1082	1163	1258	1281	1260	1190	1109	1074	1108	1199	1287	1300	1268	1176	1049	989	1070	1323	1772	2683
5	1078	1118	1239	1396	1479	1401	1260	1148	1104	1149	1273	1447	1522	1434	1264	1113	1038	1123	1421	1935	3040
4	1088	1129	1260	1490	1710	1479	1281	1160	1115	1161	1294	1550	1789	1510	1285	1134	1053	1138	1454	2025	3370
3	1071	1112	1222	1389	1490	1396	1258	1137	1096	1141	1260	1442	1524	1426	1254	1100	1029	1113	1413	1925	3025
2	1034	1067	1142	1222	1260	1239	1163	1088	1058	1091	1179	1273	1294	1254	1154	1030	976	1061	1306	1762	2646
1	997	1017	1067	1112	1129	1118	1082	1039	1019	1041	1093	1144	1156	1117	1042	956	923	1000	1212	1630	2401
0	983	997	1034	1071	1088	1078	1048	1016	1002	1019	1058	1099	1104	1063	995	927	903	975	1175	1579	2317
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

Tabla 5-3: Matriz de balastos reales de un cuarto de losa. (En gris los pilares. Los bordes libres son el superior y el derecho, los otros dos bordes son los bodes de la simetría)

A partir de esta matriz, en §5.5.6 se obtendrá la matriz de balastos relativos al valor del balasto medio que se obtuvo mediante la fórmula del §4.7.

5.5.2. Gráficos de momentos longitudinales

5.5.2.1. Losa de espesor 0,6 m y $E=40.000 \text{ kPa}$

En las siguientes figuras se muestran los gráficos de 9 tipos de suelo y el denominado PV, obtenido con la losa invertida apoyada en pilares y sometida a una carga vertical hacia abajo igual a la tensión media uniforme en la losa (100 kPa).

Se diferencian los gráficos correspondientes a los análisis Patrón (R) y los simplificados (S)

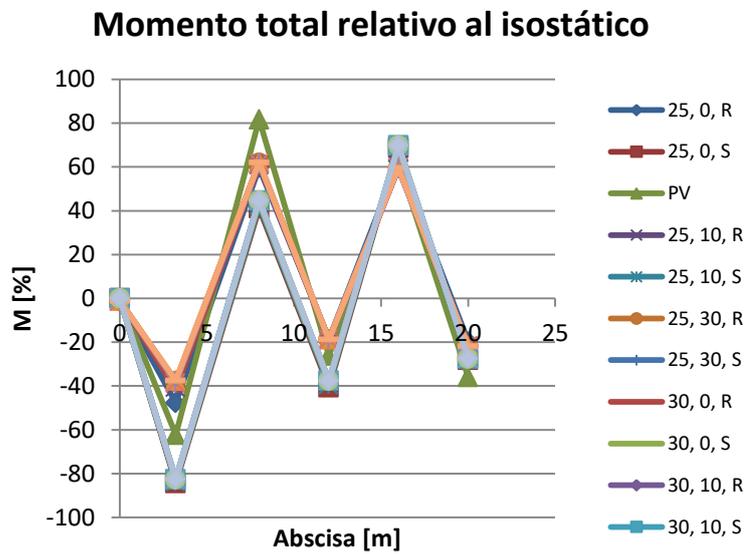


Figura 5-9: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN

Momento en banda de pilares relativo al total

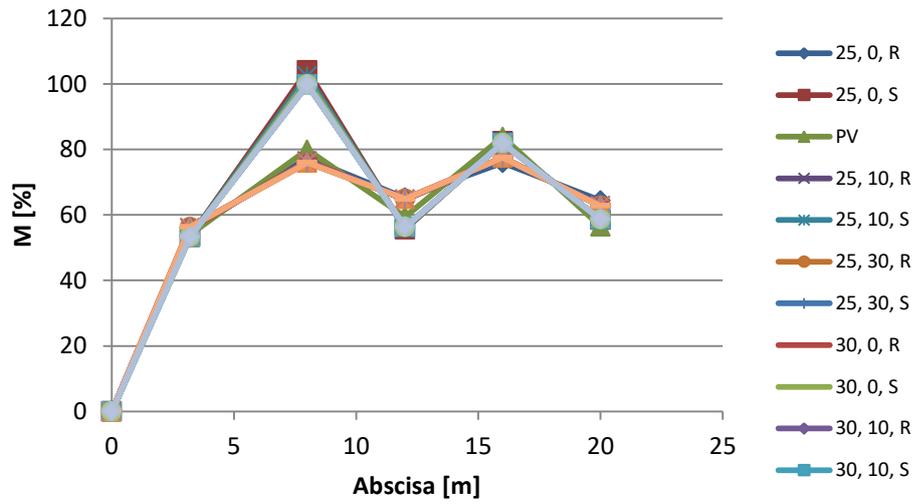


Figura 5-10: Momentos en banda de pilares relativos al momento total

Momento en banda central relativo al total

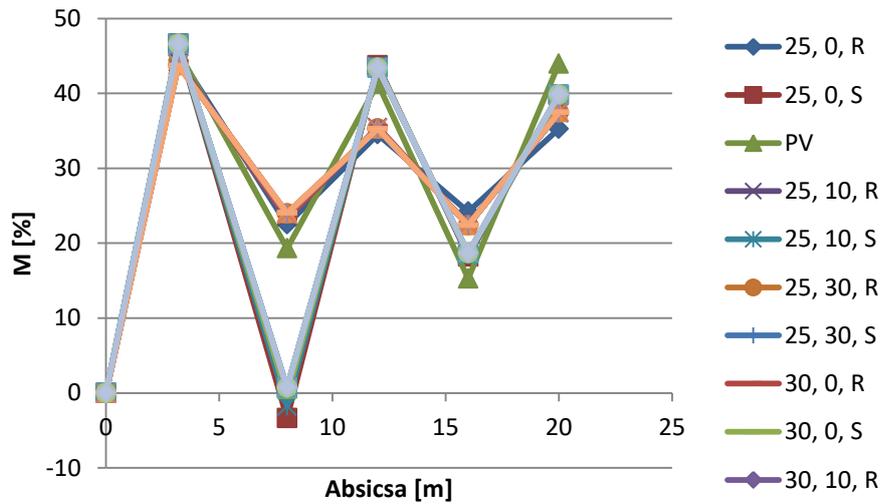


Figura5-11: Momentos en banda central relativos al momento total

5.5.2.2. Losa de espesor 0,8 m y $E=40.000 \text{ kPa}$

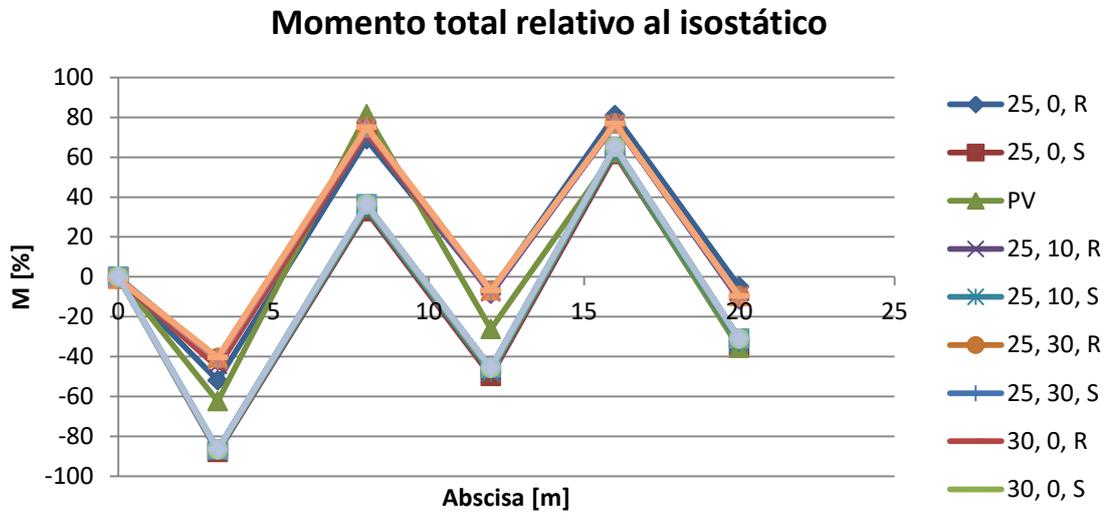


Figura 5-12: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN

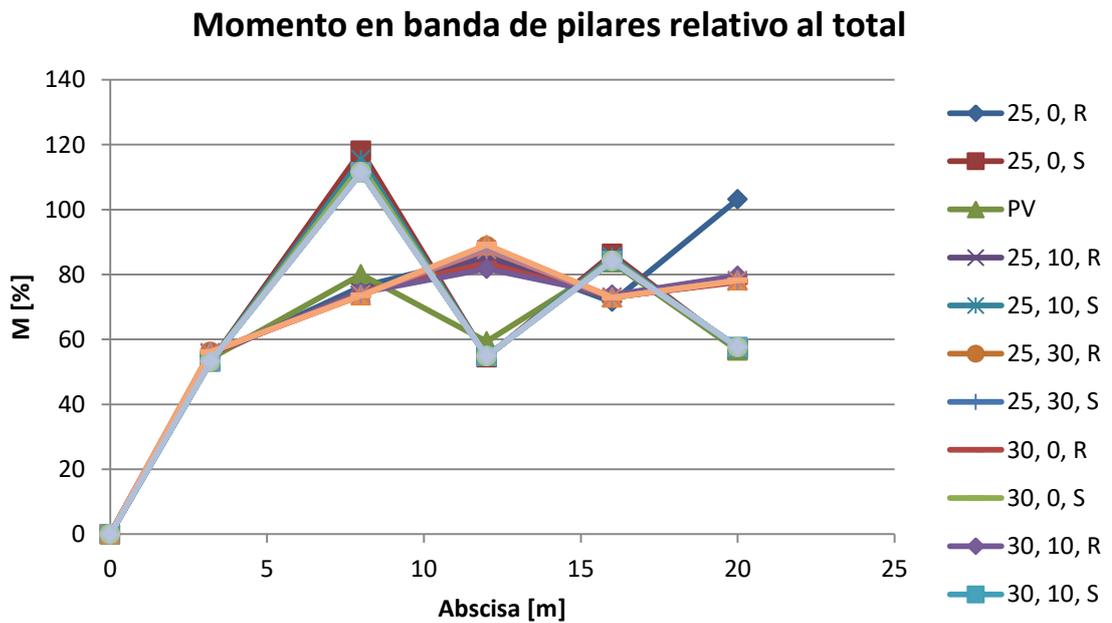


Figura 5-13: Momentos en banda de pilares relativos al momento total

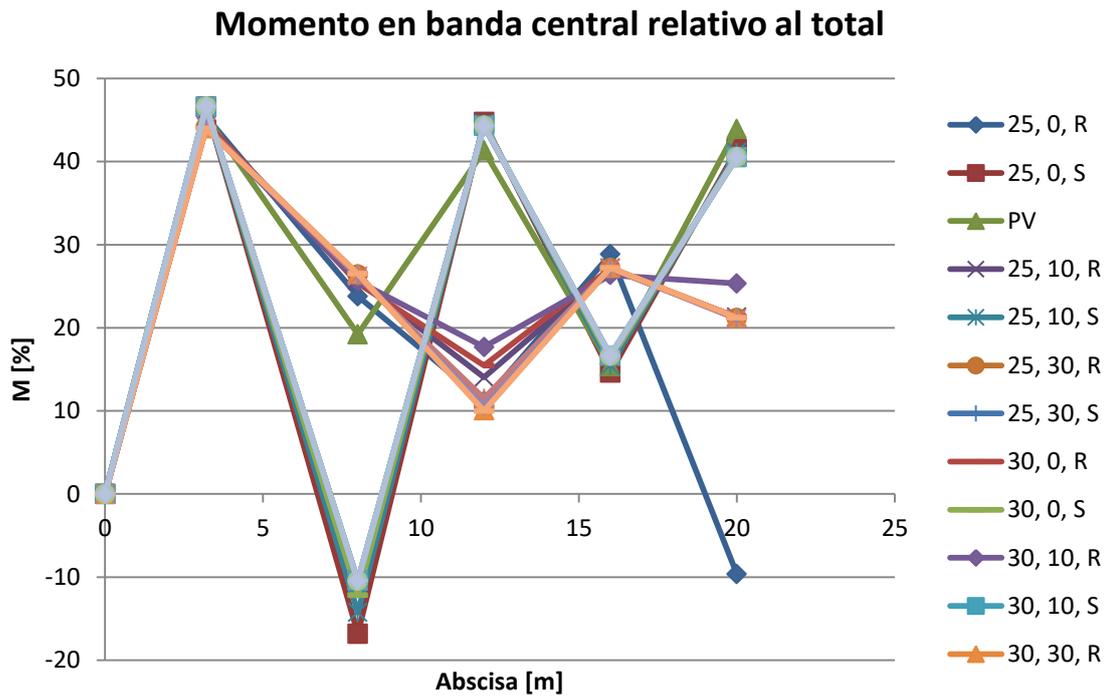


Figura5-14: Momentos en banda central relativos al momento total

5.5.2.3. Losa de espesor 1,0 m y $E=40.000 \text{ kPa}$

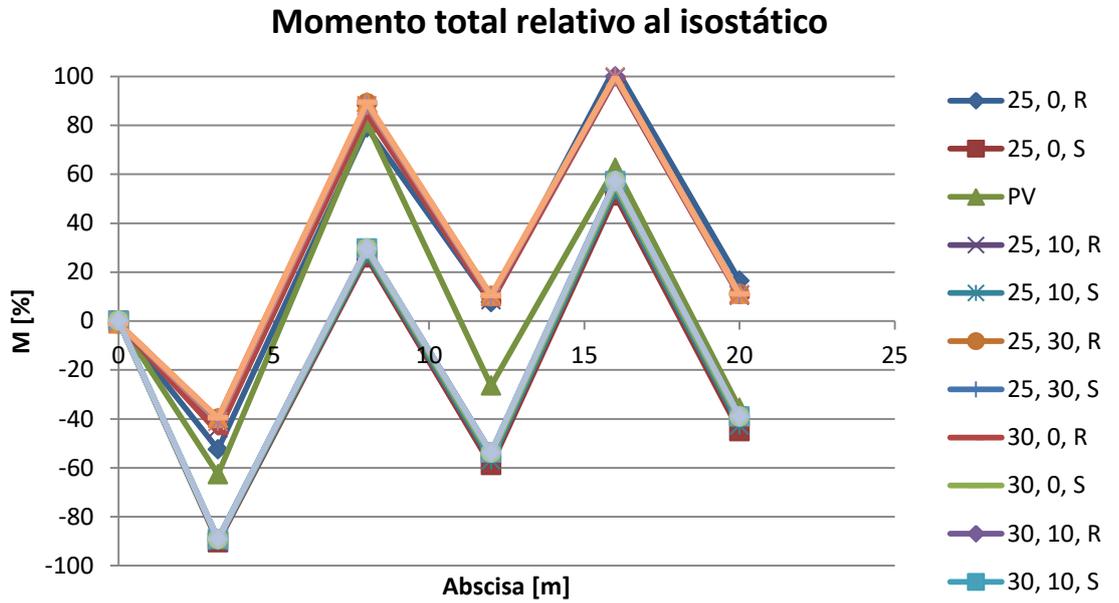


Figura 5-15: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN

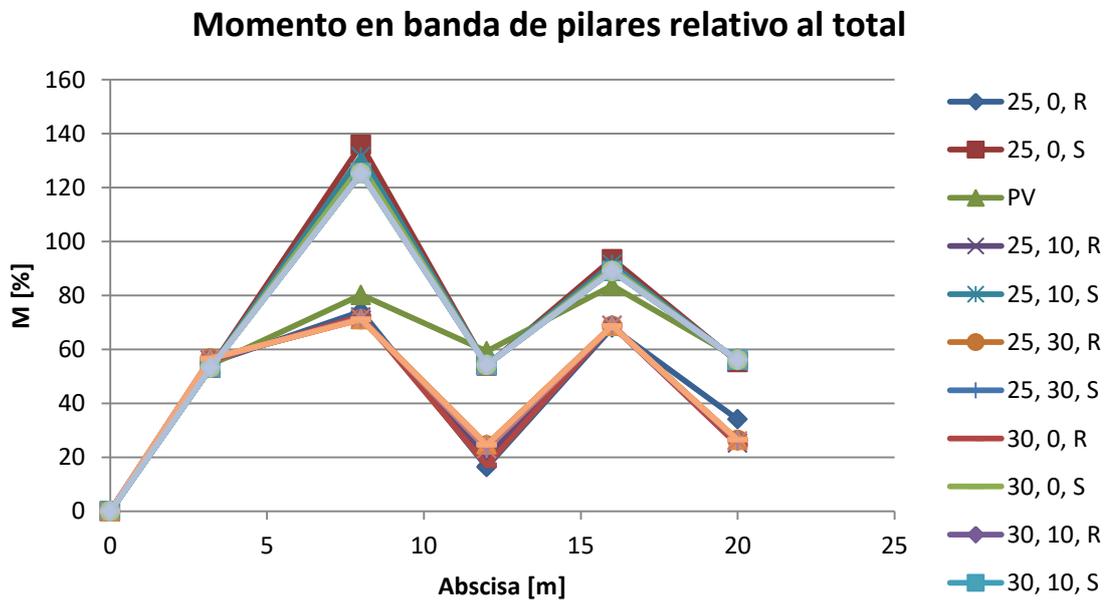


Figura 5-16: Momentos en banda de pilares relativos al momento total

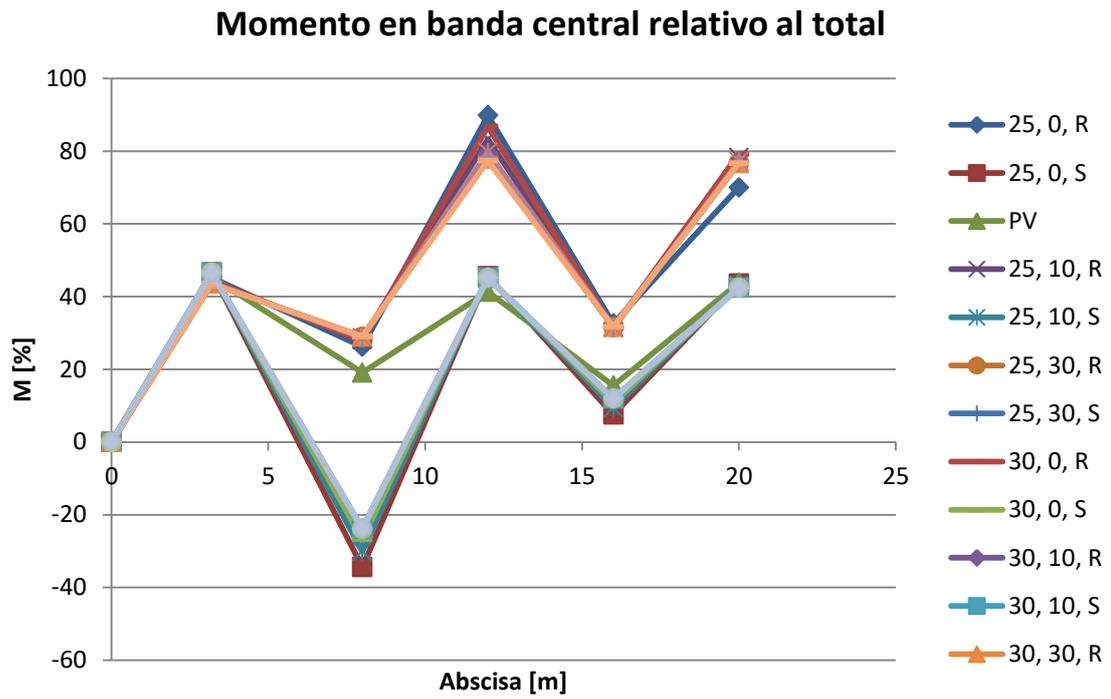


Figura5-17: Momentos en banda central relativos al momento total

5.5.2.4. Losa de espesor 0,6 m y $E=80.000 \text{ kPa}$

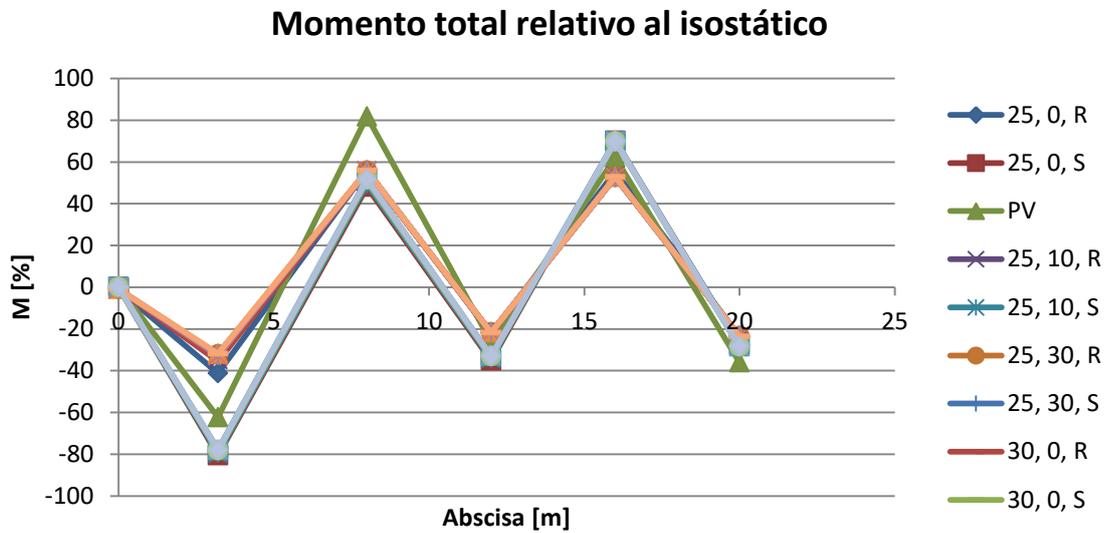


Figura 5-18: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN

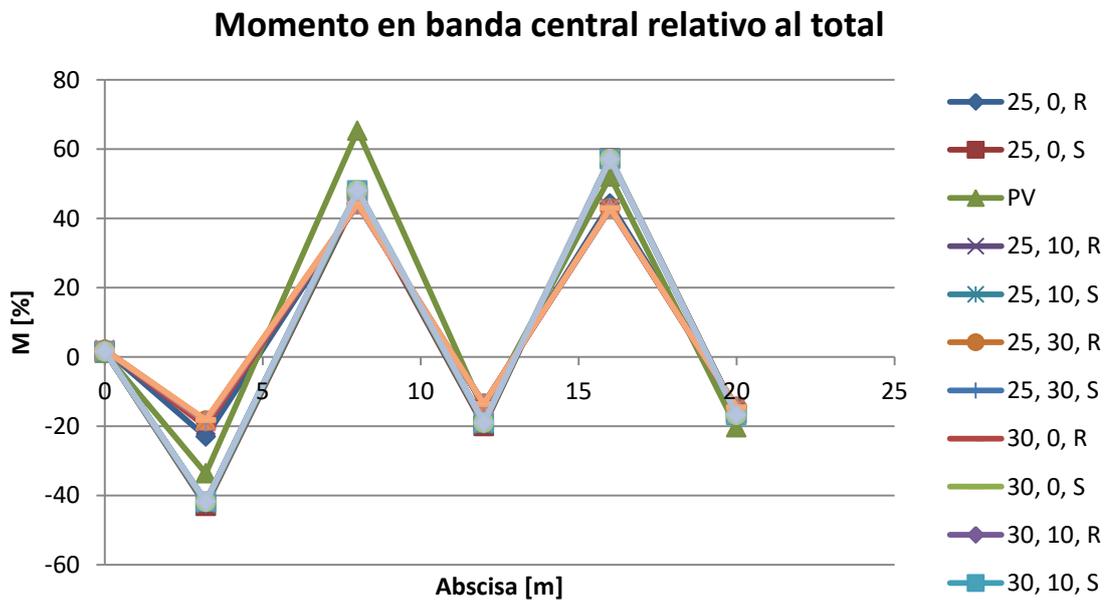


Figura 5-19: Momentos en banda de pilares relativos al momento total

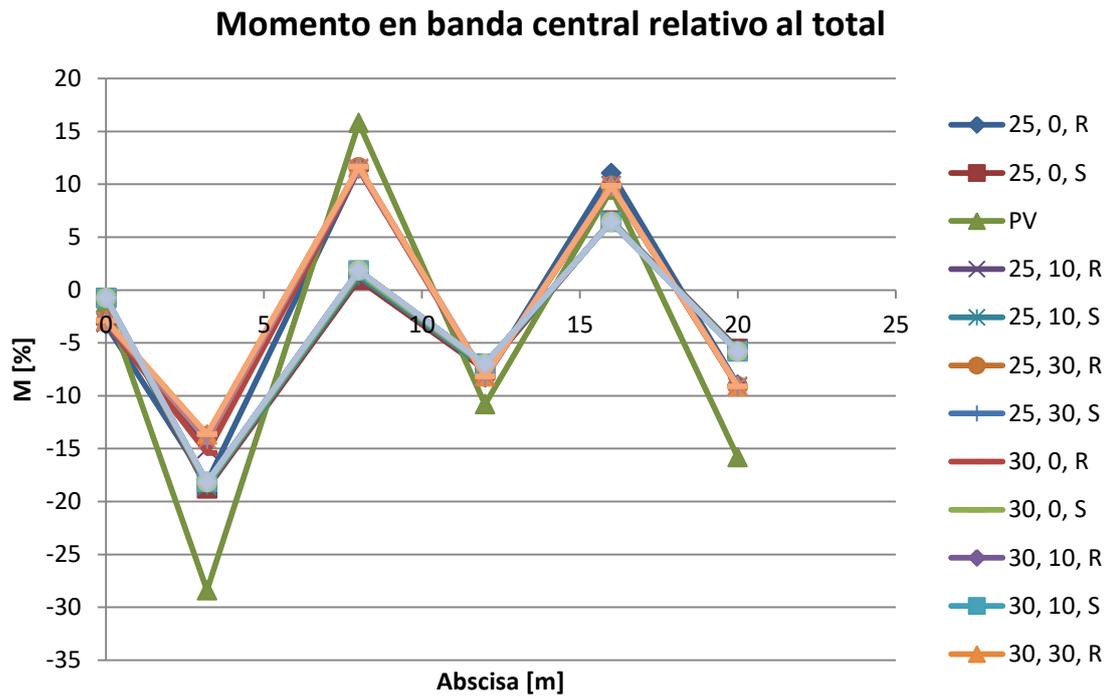


Figura5-20: Momentos en banda central relativos al momento total

5.5.2.5. Losa de espesor 0,8 m y $E=80.000 \text{ kPa}$

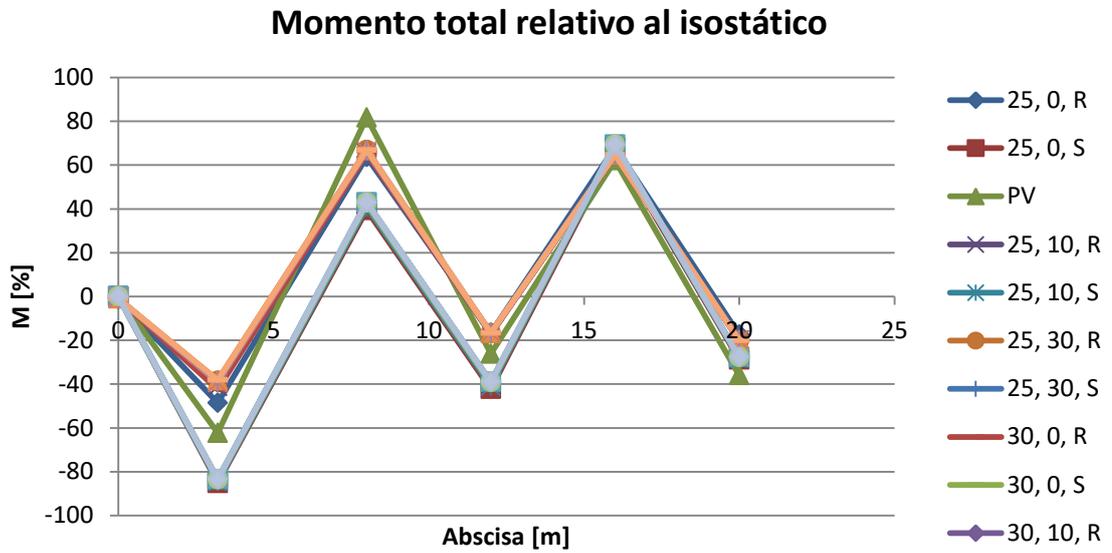


Figura 5-21: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN

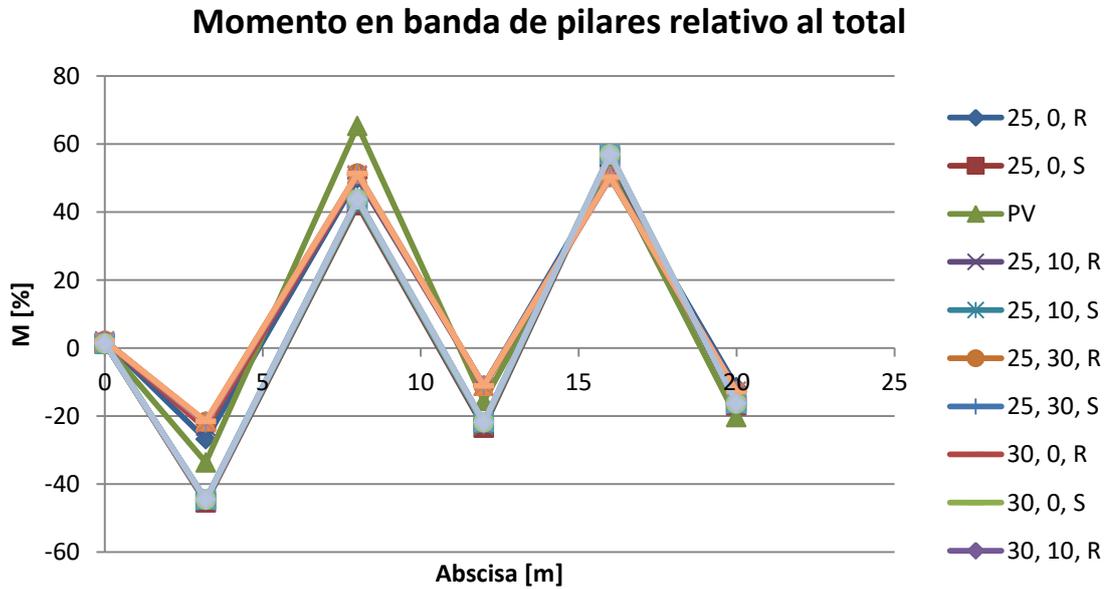


Figura 5-22: Momentos en banda de pilares relativos al momento total

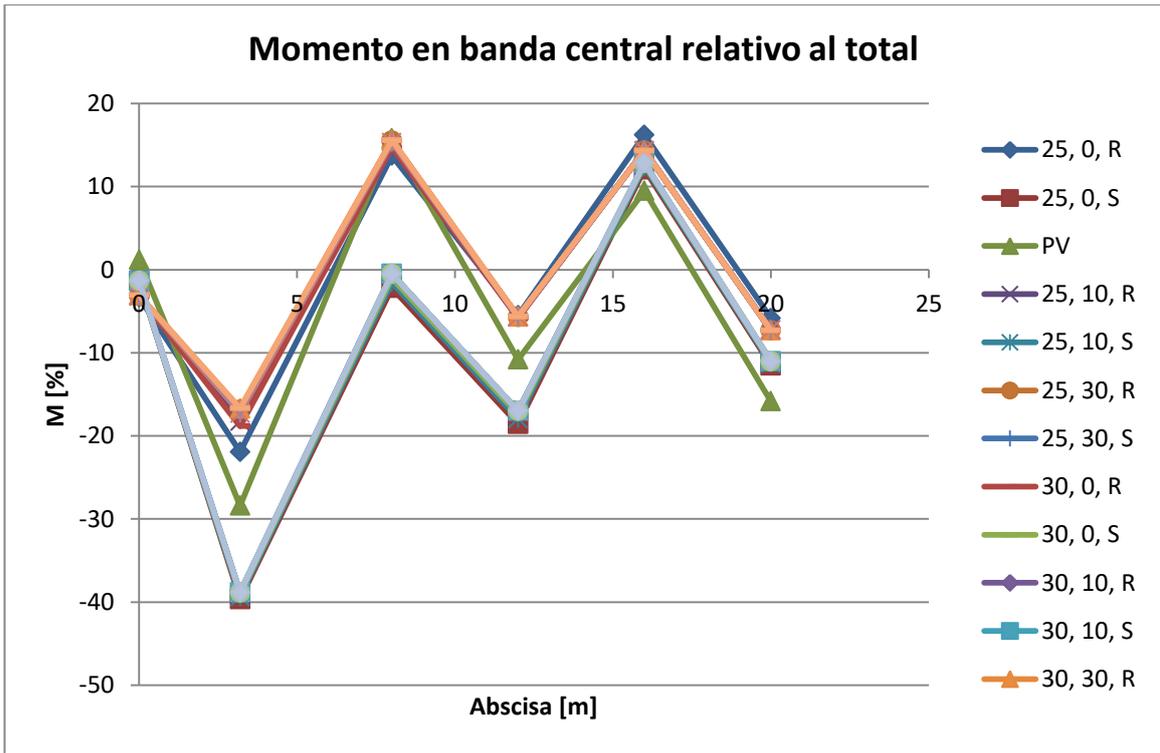


Figura5-23: Momentos en banda central relativos al momento total

5.5.2.6. Losa de espesor 1,0 m y $E=80.000 \text{ kPa}$

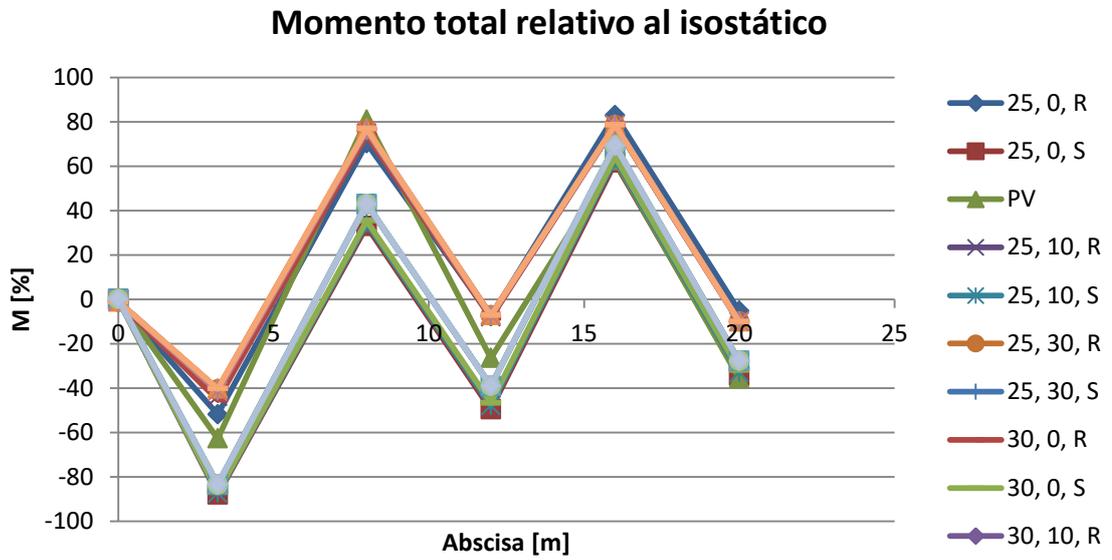


Figura 5-24: Momentos totales relativos al momento isostático 6400 mkN

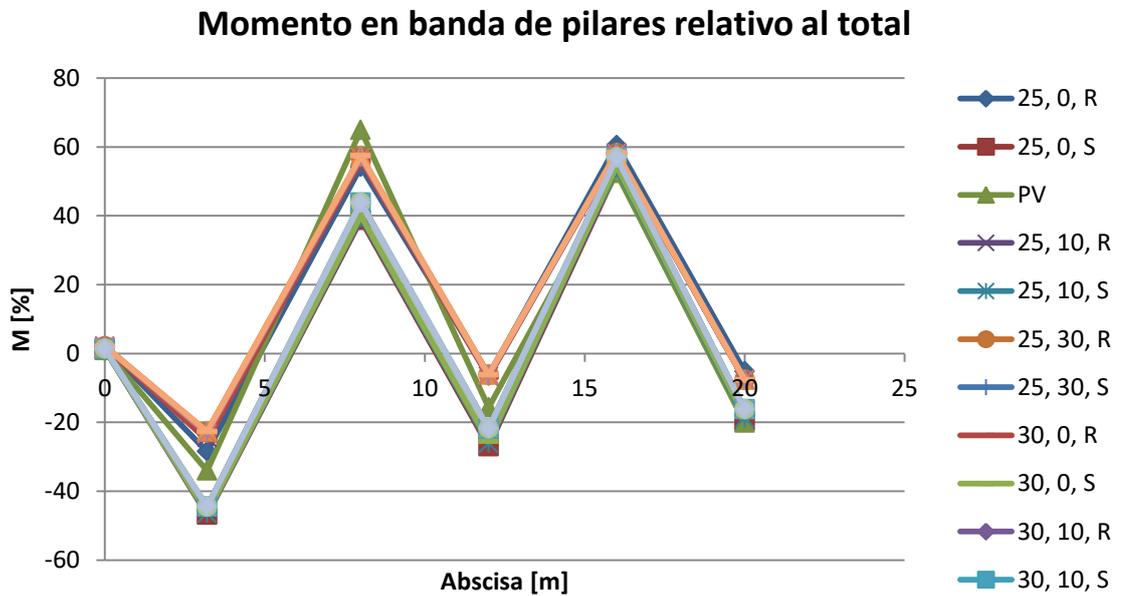


Figura 5-25: Momentos en banda de pilares relativos al momento total

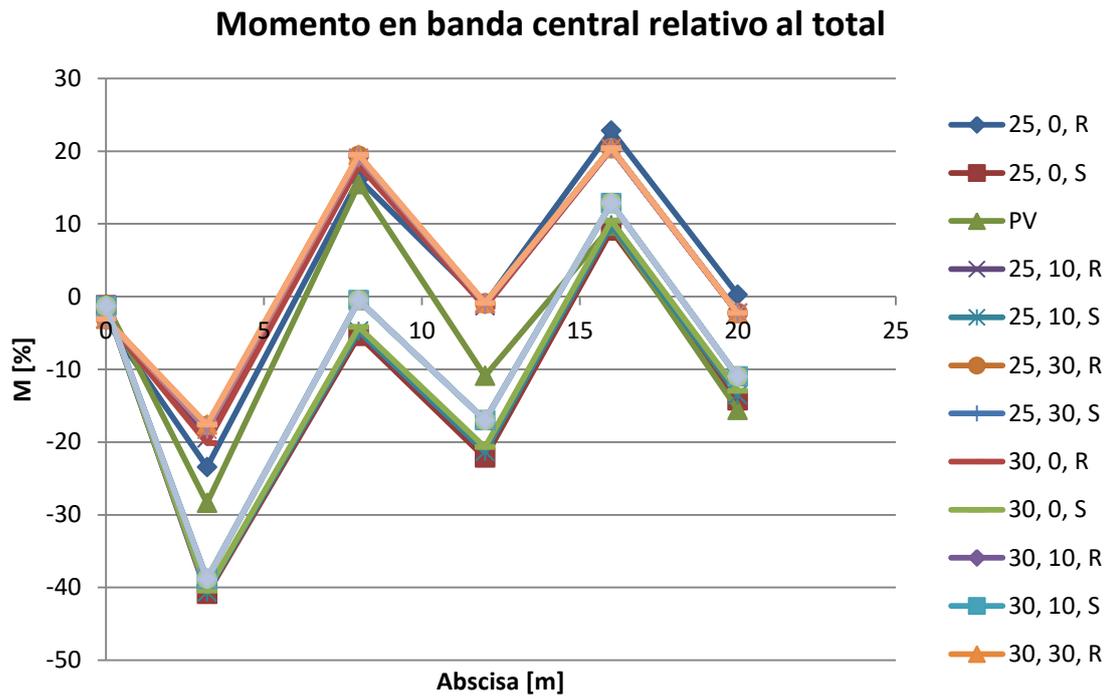


Figura5-26: Momentos en banda central relativos al momento total

5.5.3. Momento total (en todo el ancho del pórtico) relativo al momento isostático o momento de referencia

5.5.3.1. *Momento total en vanos y pilares*

En los gráficos de $M_{t,r}$ se observan tres familias de curvas: las del cálculo Patrón, las del cálculo simplificado (balasto medio) y las del cálculo llamado PV que se corresponde con una losa invertida de carga igual a la tensión media.

En todos los casos se observan comportamientos similares de la curva del modelo Patrón:

- El momento en vano 3,2 m (primer vano)
 - es siempre inferior al de PV y bastante inferior al del método simplificado
 - tiene una ligera variación en función de las características del terreno
- El momento en Pilar 8 (primer negativo) es superior al Simplificado pero superior al PV
- El momento en Vano 12 es inferior a los dos métodos simplificados (la mitad)
- El momento en Pila 16 es similar en todos los modelos.
- El momento en Vano 20, es mucho menor en el Patrón que en los modelos simplificados.

Aunque parece que hay un cierto comportamiento uniforme, también se observan ciertas variaciones en función de la rigidez relativa de la losa y el terreno. Así, por ejemplo, cuando la losa es más rígida respecto al terreno, el positivo del primer vano aumenta y también aumenta el negativo 8 y todos los demás. Sin embargo los positivos 12 y 20 disminuyen, incluso hasta desaparecer.

Todas estas leyes, complejas de describir con palabras, se han intentado graficar. Se han extraído los valores del momento en el primer vano para todos los casos estudiados y

los valores del momento en los demás vanos y los valores de los momentos en pilar. Y se han representad en función de un parámetro que mide rigideces.

Como se vio en §3.7, la relación de rigideces de losa y terreno se puede expresar mediante el cociente adimensional

$$k_r = \frac{E_c h^3}{k L^4}$$

(66)

El siguiente gráfico muestra la nube de puntos de los momentos en vanos y en pilares.

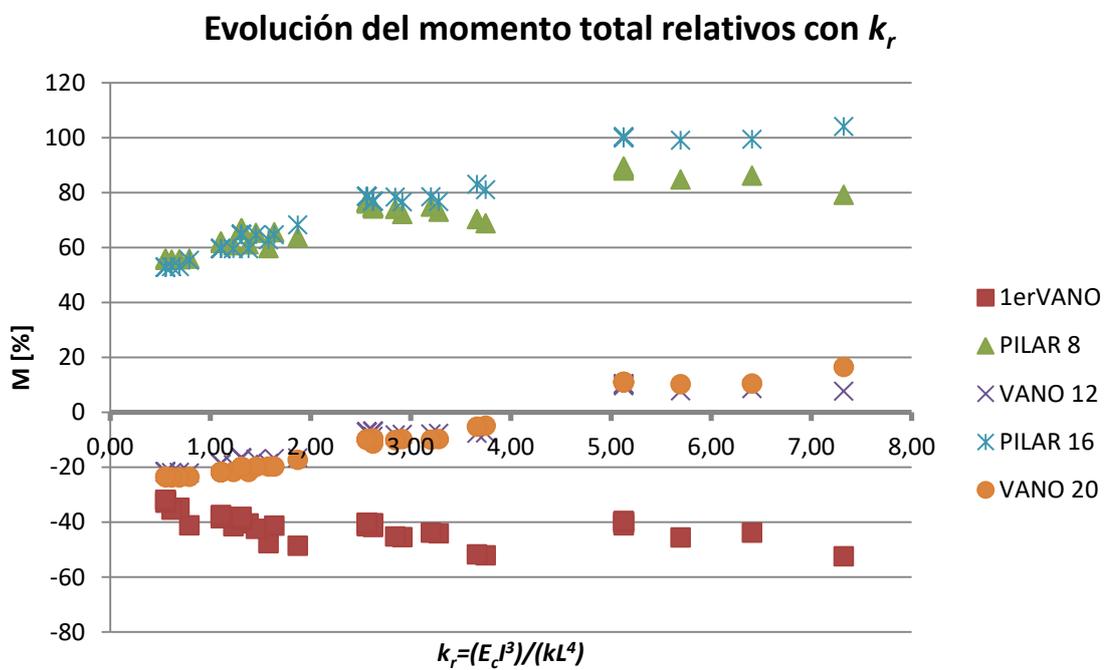


Figura 5-27: Momentos relativos en función del coeficiente de rigidez k_r

La nube de puntos parece bastante ordenada. Si se segregan los datos por secciones y se introduce una función de tendencia e obtienen los siguientes ajustes

Ajuste del valor del momento en vano 3,2 (primer vano)

$$M_T, 1er\ vano = -5Ln(K_r) - 45 \quad (67)$$

Ajuste del valor del momento en pilares (todos los pilares interiores)

$$M_{T, pilares} = 6K_r + 55 \quad (68)$$

Ajuste del valor del momento en vanos (todos los vanos excepto el primero)

$$M_{T, vanos} = 6K_r - 25 \quad (69)$$

Las líneas de ajuste dibujadas en el gráfico son:

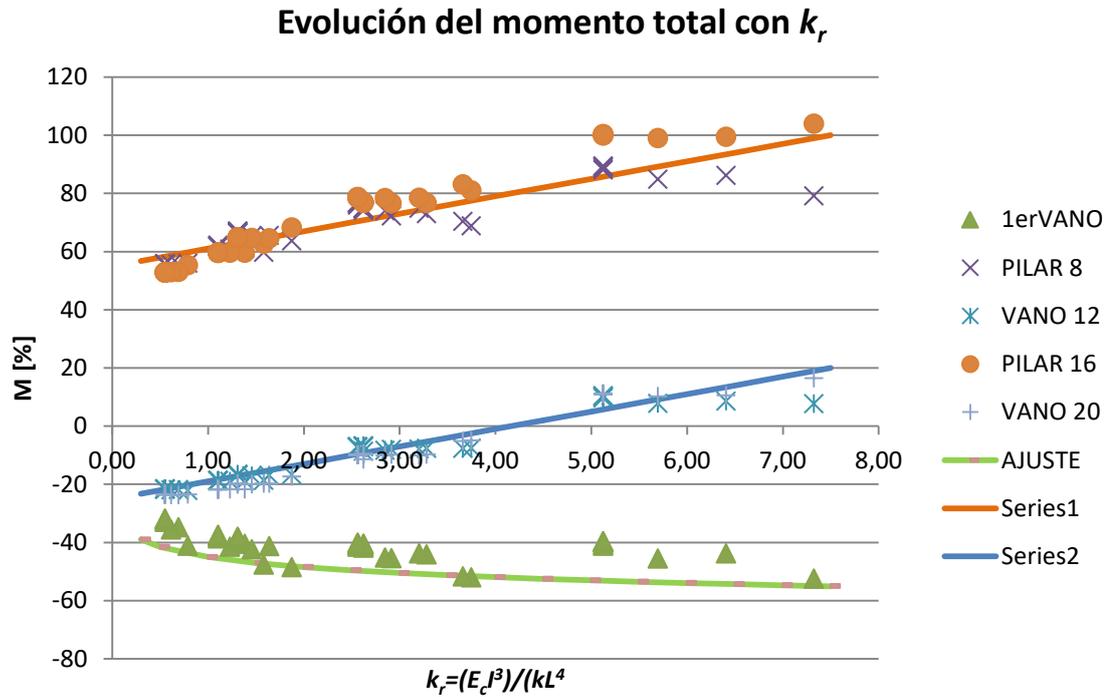


Figura 5-28: Momentos relativos en función del Cociente de rigidez k_r y sus líneas de ajuste

5.5.3.2. Equilibrio de los vanos

En elementos a flexión (vigas, losas,...) sometidos a cargas uniformes los momentos extremos de un vano cumplen la siguiente condición, denominada *equilibrio*.

$$\frac{M_{izda}^- + M_{dcha}^-}{M^+} = p \frac{l^2}{8}$$

(70)

Esta condición se cumple en vigas de un vano, de varios vanos, en cualquier vano, y en los vanos de losas también. Es una propiedad muy utilizada para conocer momentos en

una viga y, también, porque si se garantiza una adecuada ductilidad, esta propiedad permite jugar con la ley de flectores hasta un cierto punto.

En el caso de losas de cimentación, el esquema estático es muy diferente al de una viga continua, es, de hecho, el contrario: la losa está muy apoyada, en todos sus puntos (de forma elástica pero apoyada) y las cargas son puntuales y muy pocas (en los pilares). Sin embargo las leyes de flectores que aparecen tiene formalmente semejanzas con la ley de flectores de la viga convencional y, de alguna forma, se generará un equilibrio, que quizás no sume 100; lo que se ha llamado equilibrio, aunque en cimientos no lo es. A la semisuma de los momentos de la fórmula anterior, que puede no sumar $pl^2/8$ en esta Tesis se le pasa a llamar Equilibrio Equivalente en Losas EEL.

Si de alguna forma se pudiese establecer un valor del EEL, sería de ayuda para entender el comportamiento de las mismas.

En los casos estudiados, para rigideces relativas de hasta 10, se puede observar que el equilibrio en los vanos interiores es del 80% de $pl^2/8$.

En el primer vano el equilibrio comienza siendo menor con valores de, incluso 60% para rigideces relativas pequeñas, (en losas muy flexibles sobre terrenos buenos) y luego alcanza valores del 90% para rigideces relativas altas, por encima de 4.

Se adjunta el gráfico de la variación del equilibrio con la rigidez relativa.

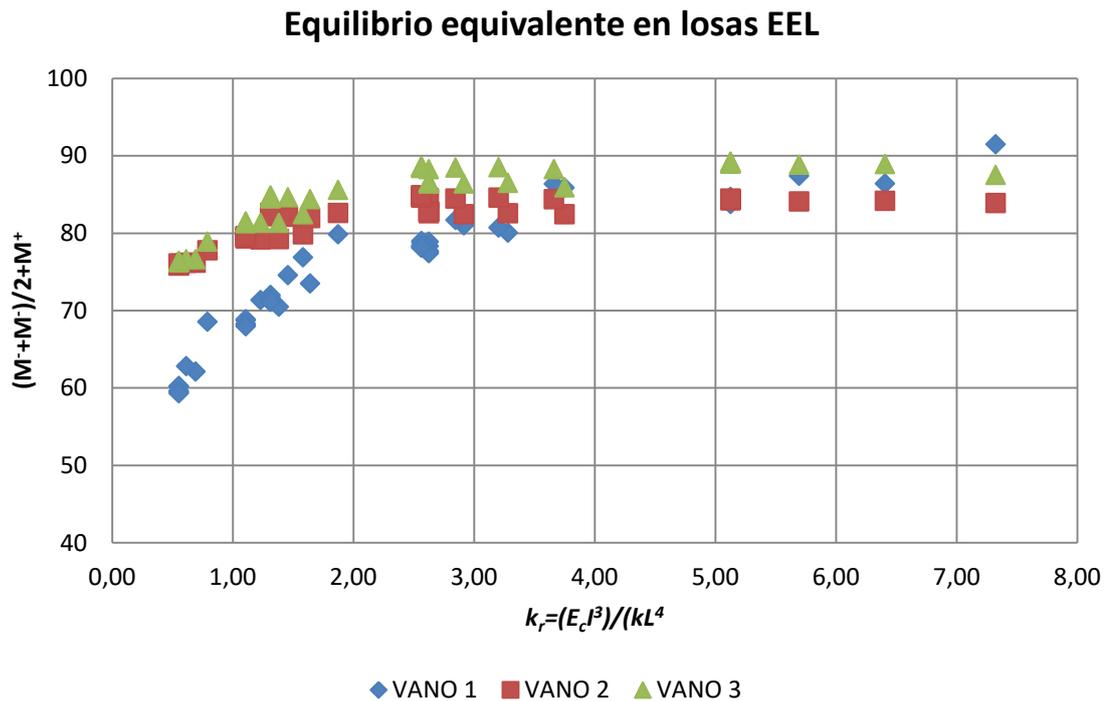


Figura 5-29: Variación del equilibrio con la rigidez relativa, para diferentes vanos

Se puede simplificar el gráfico con los siguientes ajustes:

- El equilibrio en el primer vano depende del cociente de rigidez mediante la expresión

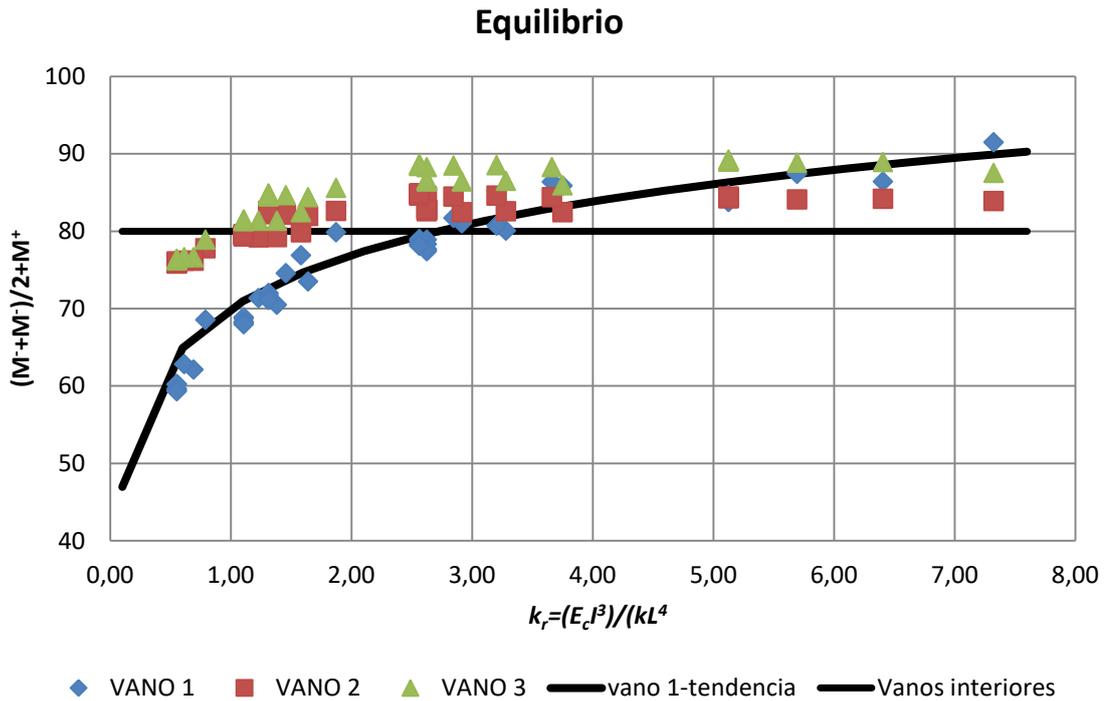
$$0,5M_{pilar} + M_{1 vano} = 10Ln(K_r) + 75\% \quad (71)$$

- El equilibrio en lo vanos interiores vale el máximo de 80%,

$$M_{pilar} + M_{vano} = 80\% \quad (72)$$

El equilibrio de los vanos interiores, para rigideces relativas altas, por encima de 3,0, es quizás algo mayor, podría ser 90% un valor más adecuado.

Introduciendo ambas líneas de tendencia se observa el buen ajuste de ambas propuestas.



5.5.3.3. Comparación con el modelo de balasto,

Los resultados del momento total obtenidos calculando la losa con un modelo de balasto que aplica el valor del balasto medio obtenido en el §4.7, se muestran en los siguientes gráficos.

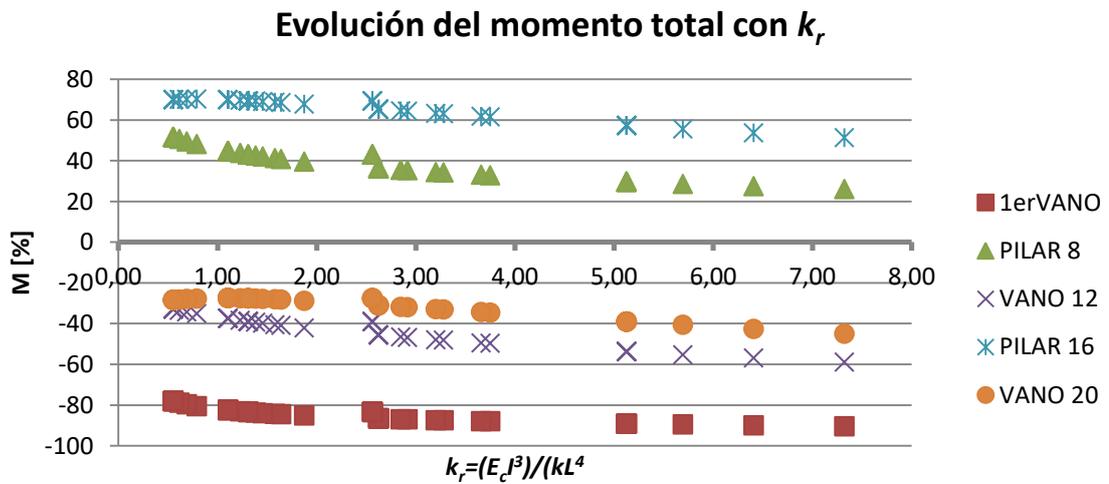


Figura 5-30: Evolución de los momentos en vanos y pilares

En el gráfico se observan relaciones lineales y logarítmicas que nos van a permitir obtener expresiones de los momentos máximos en función de la rigidez:

Ajuste del valor del momento en vano 3,2 (primer vano)

$$M_T, 1er\ vano = -5Ln(K_r) - 80 \quad (73)$$

Ajuste del valor del momento en el vano 12, 2º vano

$$M_T, 2º\ vano = -4K_r - 30 \quad (74)$$

Ajuste del valor del momento en el vano 20, 3er vano y siguientes.

$$M_T, 3º\ vano = -2,5K_r - 25 \quad (75)$$

Ajuste del valor del momento en el pilar 8, primer pilar interior

$$M_T, 1er\ pilar\ int = -4K_r + 50 \quad (76)$$

Ajuste del valor del momento en el pilar 16, resto de pilares interiores

$$M_T, pilar\ int = -3K_r + 75 \quad (77)$$

Incluyendo las funciones de ajuste en el gráfico anterior, se tiene:

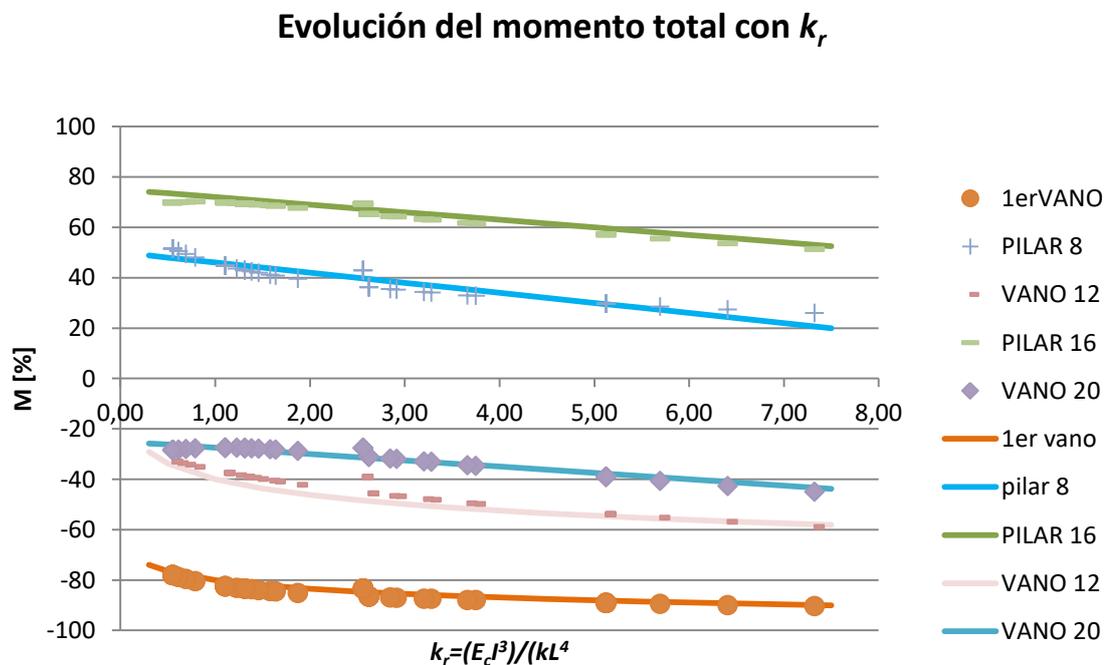


Figura 5-31: Ajuste de los momentos en vanos y pilares en función de la rigidez relativa suelo-cimiento

Estos resultados llaman la atención respecto de los obtenidos con los pórticos reales, pues son notablemente diferentes:

- Todos los momentos tienen una relación decreciente con la rigidez relativa, mientras que con el modelo real (patrón) dicha relación es creciente, excepto en el Momento del primer vano.
- Los valores de los momentos son sensiblemente mayores que los obtenidos con el modelo real
- Los momentos en 2º y 3er pilar y en 2º y 3er vano no son iguales, mientras que sí lo son con un cálculo real

Para ver estas diferencias más claras el siguiente gráfico muestra el resumen de evolución de los momentos con ambos cálculos.

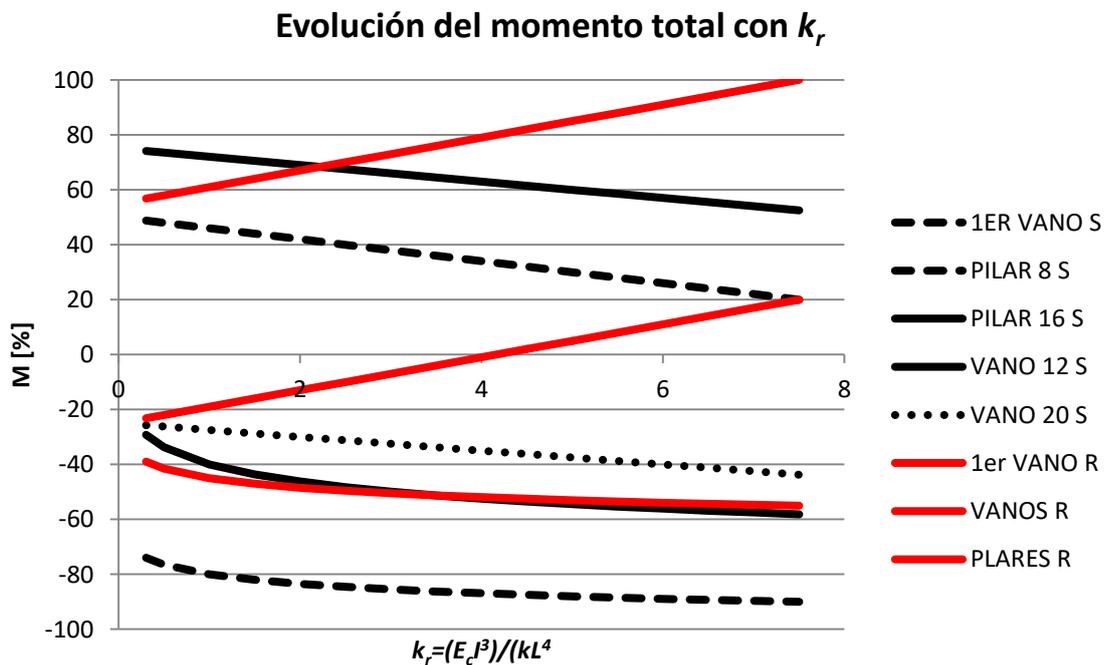


Figura 5-32: Evolución de los momentos en vanos y pilares según el modelo Patrón y el modelo simplificado.

También tiene una interesante lectura el EEL del método simplificado:

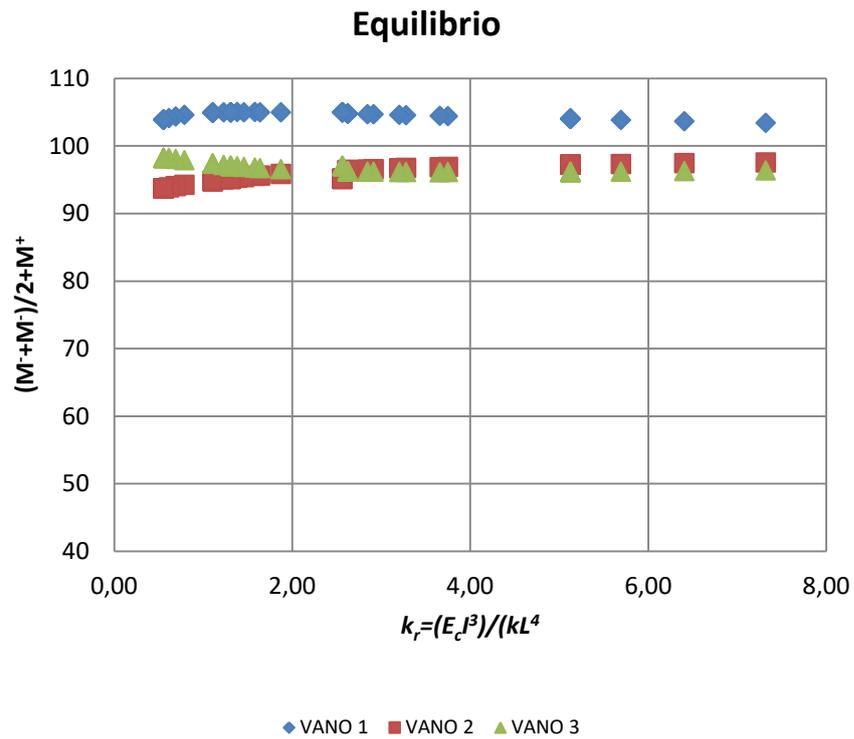


Figura 5-33: Equilibrio de los vanos cuando se usa el método simplificado

Si se superponen los valores de equilibrio del Patrón y el Simplificado, se tiene el siguiente gráfico en el que se observan valores claramente inferiores del EEL en los cálculos patrón que en los cálculos simplificados.

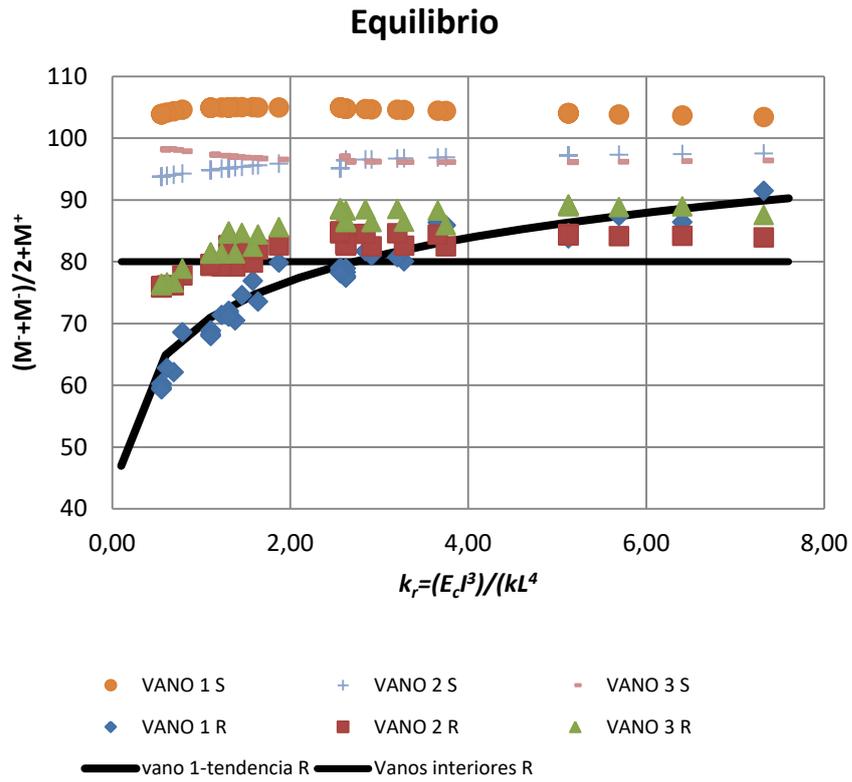


Figura 5-34: Equilibrio de los vanos cuando se usan o el método simplificado o el método Patrón

5.5.3.4. Ahorro

Esta disminución del valor del equilibrio cuando se usa el método Patrón redundante directamente en la economía de armado de una obra, en un porcentaje igual a la disminución de este valor. Veamos ese ahorro por vanos:

Momento total relativo al calculado con el modelo de balasto único vs. k_r

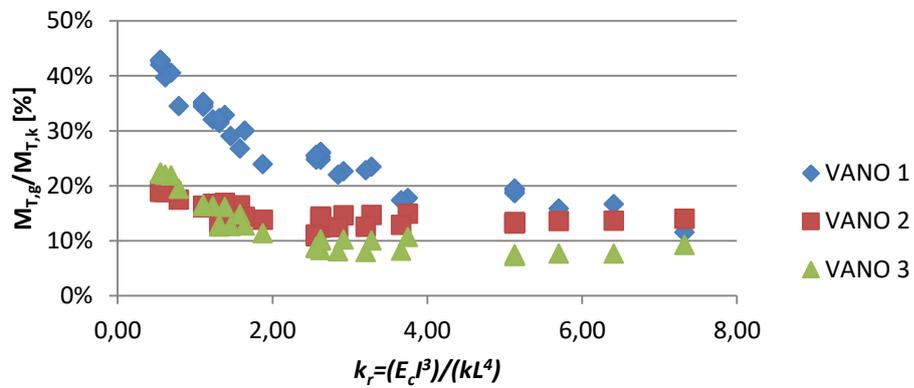


Figura 5-35: Ahorro provocado por el método Patrón respecto de la armadura estricta calculada por el método simplificado

5.5.4. Momento en la banda de pilares relativo al momento total

Se disponen los momentos en Banda de pilares (en valor relativo a su momento total) relacionados con la rigidez relativa y se obtiene el siguiente gráfico.

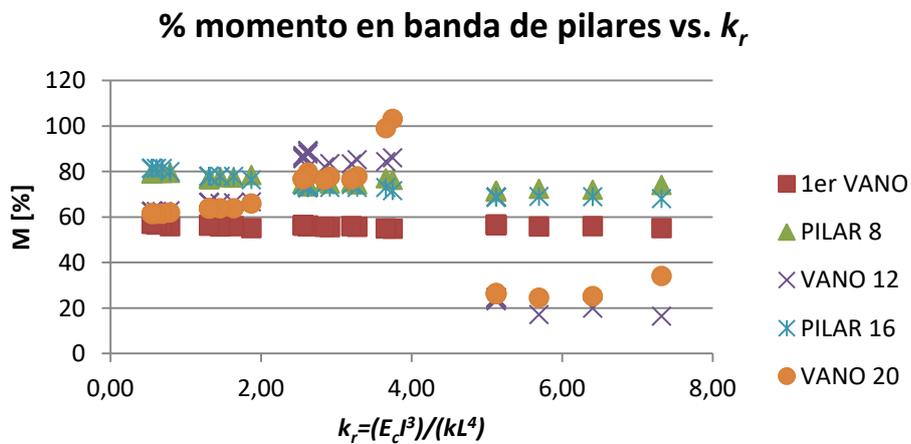


Figura 5-36: Momento en banda de pilares, relativo al total

Se observan claras correlaciones del porcentaje del M_{BP} con la rigidez relativa:

- Primer vano o vano exterior

$$M_{BP} = 55[\%] \quad (78)$$

- Pilares interiores

$$M_{BP} = 1,7k_r + 80 [\%] \quad (79)$$

- Vanos interiores

$$M_{BP} = 3,5k_r^2 - 4k_r + 60 [\%] \quad \text{si } k_r < 4,0$$

$$M_{BP} = 25 [\%] \quad \text{si } k_r > 4,0$$

(80)

5.5.4.1. Comparación con el modelo de balasto

Si se representa el reparto en BP en función de la rigidez relativa, en el caso de calcular con el modelo de balasto (simplificado), los repartos queda de a siguiente forma:

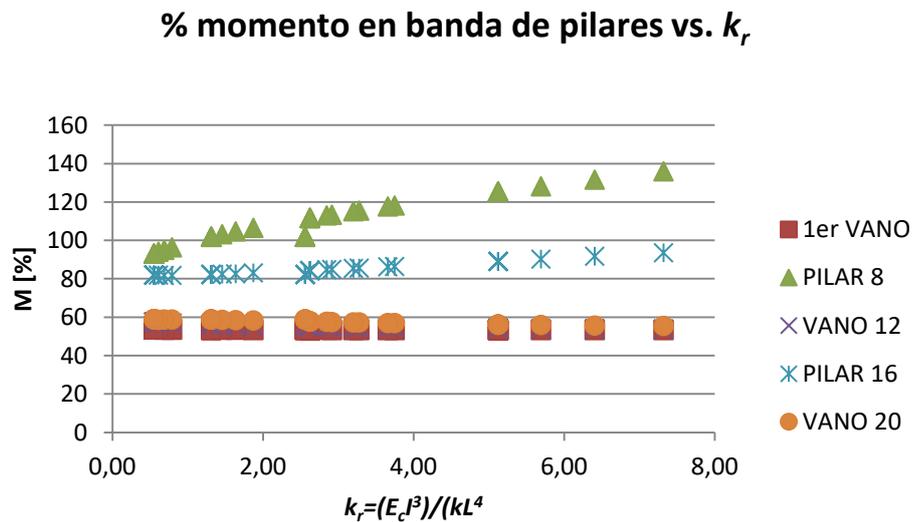


Figura: 5-37 Reparto de Momento total a la Banda de pilares, en función de la rigidez relativa.

Calculado con el modelo simplificado

El contraste de estos repartos con los repartos del patrón se ven en la siguiente gráfica

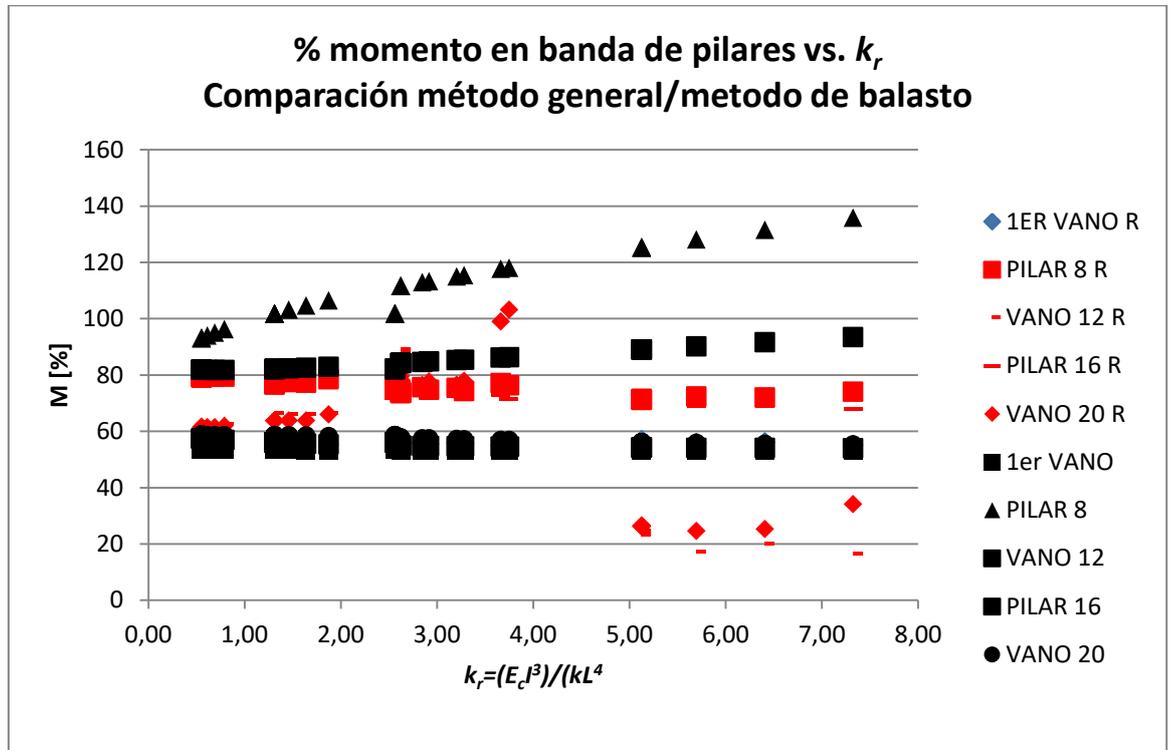


Figura5-38: Comparación entre método general y método simplificado

Al valorar los repartos en bandas en el método patrón y en el método simplificado, no se observa ningún comportamiento similar.

En el método patrón los repartos se mantienen constantes para cualquier valor de rigidez excepto en los vanos interiores en el que el reparto a bandas de pilares es creciente hasta 100% que se alcanza en una rigidez relativa de 4. Por encima de esos valores de rigidez el momento en vano se vuelve muy pequeño.

5.5.5. Matriz de balasto

De cada cálculo se ha obtenido el mapa de balasto real del terreno bajo la losa. Como era de prever, el balasto es diferente punto a punto, pero mantiene unas ciertas leyes de comportamiento relacionadas con la rigidez relativa.

Directamente del programa de cálculo no se obtiene el resultado del balasto por lo que es preciso obtener antes los desplazamientos y las tensiones. Así se obtiene el gráfico de balasto metro a metro (ver tabla 5.4)

A partir de esa matriz, dividiendo por el balasto medio real obtenido en esta tesis, se obtiene la matriz de balastos relativos.

20,00	2,54	2,57	2,66	2,79	2,94	2,79	2,66	2,57	2,53	2,56	2,64	2,78	2,94	2,75	2,58	2,46	2,42	2,49	2,72	3,09	4,63
19,00	1,47	1,48	1,52	1,57	1,60	1,57	1,52	1,48	1,46	1,47	1,50	1,55	1,57	1,53	1,47	1,42	1,41	1,46	1,60	1,87	3,09
18,00	1,21	1,22	1,24	1,27	1,28	1,27	1,25	1,22	1,21	1,21	1,23	1,25	1,25	1,23	1,20	1,18	1,18	1,22	1,34	1,60	2,72
17,00	1,09	1,09	1,11	1,12	1,12	1,12	1,10	1,09	1,08	1,09	1,09	1,10	1,10	1,09	1,07	1,06	1,06	1,11	1,22	1,46	2,49
16,00	1,04	1,04	1,05	1,06	1,06	1,06	1,05	1,04	1,03	1,03	1,03	1,04	1,04	1,03	1,01	1,00	1,01	1,06	1,18	1,41	2,42
15,00	1,02	1,02	1,04	1,05	1,05	1,05	1,04	1,02	1,01	1,02	1,02	1,03	1,03	1,02	1,01	1,00	1,00	1,06	1,18	1,42	2,46
14,00	1,02	1,03	1,05	1,08	1,08	1,08	1,05	1,03	1,02	1,02	1,04	1,07	1,07	1,06	1,03	1,01	1,01	1,07	1,20	1,47	2,58
13,00	1,03	1,04	1,08	1,12	1,15	1,13	1,08	1,04	1,03	1,04	1,07	1,12	1,15	1,11	1,06	1,02	1,03	1,09	1,23	1,53	2,75
12,00	1,04	1,05	1,09	1,15	1,27	1,15	1,09	1,05	1,03	1,04	1,08	1,15	1,27	1,15	1,07	1,03	1,04	1,10	1,25	1,57	2,94
11,00	1,04	1,05	1,08	1,13	1,15	1,13	1,08	1,05	1,03	1,04	1,07	1,12	1,15	1,12	1,07	1,03	1,04	1,10	1,25	1,55	2,78
10,00	1,03	1,04	1,06	1,08	1,09	1,08	1,06	1,04	1,03	1,03	1,05	1,07	1,08	1,07	1,04	1,02	1,03	1,09	1,23	1,50	2,64
9,00	1,03	1,03	1,04	1,05	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02	1,03	1,03	1,04	1,04	1,04	1,02	1,02	1,03	1,09	1,21	1,47	2,56
8,00	1,02	1,03	1,04	1,05	1,05	1,05	1,04	1,03	1,02	1,02	1,03	1,03	1,03	1,03	1,02	1,01	1,03	1,08	1,21	1,46	2,53
7,00	1,03	1,04	1,05	1,06	1,06	1,06	1,05	1,03	1,03	1,03	1,04	1,05	1,05	1,04	1,03	1,02	1,04	1,09	1,22	1,48	2,57
6,00	1,04	1,05	1,07	1,09	1,10	1,09	1,07	1,05	1,04	1,04	1,06	1,08	1,09	1,08	1,05	1,04	1,05	1,10	1,25	1,52	2,66
5,00	1,05	1,06	1,09	1,13	1,16	1,13	1,09	1,06	1,05	1,05	1,08	1,13	1,15	1,13	1,08	1,05	1,06	1,12	1,27	1,57	2,79
4,00	1,05	1,06	1,10	1,16	1,26	1,16	1,10	1,06	1,05	1,06	1,09	1,15	1,27	1,15	1,08	1,05	1,06	1,12	1,28	1,60	2,94
3,00	1,05	1,06	1,09	1,13	1,16	1,13	1,09	1,06	1,05	1,05	1,08	1,13	1,15	1,12	1,08	1,05	1,06	1,12	1,27	1,57	2,79
2,00	1,04	1,05	1,07	1,09	1,10	1,09	1,07	1,05	1,04	1,04	1,06	1,08	1,09	1,08	1,05	1,04	1,05	1,11	1,24	1,52	2,66
1,00	1,03	1,04	1,05	1,06	1,06	1,06	1,05	1,04	1,03	1,03	1,04	1,05	1,05	1,04	1,03	1,02	1,04	1,09	1,22	1,48	2,57
0,00	1,03	1,03	1,04	1,05	1,05	1,05	1,04	1,03	1,02	1,03	1,03	1,04	1,04	1,03	1,02	1,02	1,04	1,09	1,21	1,47	2,54
0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00	14,00	15,00	16,00	17,00	18,00	19,00	20,00	

Tabla 5-4: Matriz de balastos reales relativos al balasto medio, de un cuarto de losa. (En gris los pilares. Los bordes libres son el superior y el derecho, los otros dos bordes son los bodes de la simetría)

Observando esta tabla, con la zona bajo pilares en gris, y siendo los bordes libres el superior y el derecho, se plantea la posibilidad de unificar balasto en ciertas zonas pues parecen encontrarse tendencias similares junto a los pilares, en bandas centrales y en los extremos.

Así, se definen unas bandas de pilares (diferentes de las definidas en los pórticos virtuales), que abarcan el 25% del ancho y se delimitan las zonas de la losa por colores, tal y como se muestra en la tabla siguiente:

20	2,32	2,40	2,65	3,02	3,37	3,04	2,68	2,45	2,38	2,48	2,75	3,16	3,52	3,17	2,76	2,48	2,36	2,47	2,87	3,52	5,39
19	1,58	1,63	1,76	1,93	2,02	1,94	1,77	1,65	1,61	1,68	1,82	1,98	2,08	1,95	1,75	1,57	1,50	1,61	1,91	2,21	3,52
18	1,17	1,21	1,31	1,41	1,45	1,42	1,32	1,23	1,20	1,24	1,34	1,44	1,48	1,41	1,26	1,12	1,06	1,15	1,39	1,91	2,87
17	0,97	1,00	1,06	1,11	1,14	1,12	1,07	1,01	0,99	1,02	1,08	1,13	1,14	1,08	0,99	0,90	0,86	0,92	1,15	1,61	2,47
	0,90	0,92	0,98	1,03	1,05	1,04	0,99	0,94	0,92	0,94	0,99	1,03	1,04	0,99	0,91	0,83	0,80	0,86	1,06	1,50	2,36
15	0,93	0,96	1,03	1,10	1,13	1,11	1,05	0,98	0,95	0,97	1,04	1,11	1,13	1,08	0,98	0,87	0,83	0,90	1,12	1,57	2,48
14	0,99	1,04	1,15	1,25	1,28	1,26	1,18	1,07	1,02	1,06	1,17	1,28	1,30	1,26	1,14	0,98	0,91	0,99	1,26	1,75	2,76
13	1,06	1,12	1,25	1,43	1,51	1,43	1,27	1,14	1,09	1,14	1,29	1,47	1,56	1,47	1,26	1,08	0,99	1,08	1,41	1,95	3,17
12	1,10	1,16	1,29	1,52	1,79	1,52	1,30	1,17	1,13	1,19	1,34	1,60	1,87	1,56	1,30	1,13	1,04	1,14	1,48	2,08	3,52
11	1,10	1,14	1,27	1,44	1,55	1,45	1,29	1,17	1,13	1,18	1,32	1,51	1,60	1,47	1,28	1,11	1,03	1,13	1,44	1,98	3,16
10	1,06	1,09	1,18	1,26	1,29	1,27	1,20	1,12	1,08	1,12	1,22	1,32	1,34	1,29	1,17	1,04	0,99	1,08	1,34	1,82	2,75
9	1,02	1,04	1,09	1,14	1,16	1,15	1,11	1,06	1,04	1,07	1,12	1,18	1,19	1,14	1,06	0,97	0,94	1,02	1,24	1,68	2,48
8	1,00	1,02	1,06	1,10	1,11	1,10	1,07	1,04	1,02	1,04	1,08	1,13	1,13	1,09	1,02	0,95	0,92	0,99	1,20	1,61	2,38
7	1,02	1,04	1,09	1,14	1,16	1,15	1,11	1,06	1,04	1,06	1,12	1,17	1,17	1,14	1,07	0,98	0,94	1,01	1,23	1,65	2,45
6	1,05	1,08	1,16	1,26	1,28	1,26	1,19	1,11	1,07	1,11	1,20	1,29	1,30	1,27	1,18	1,05	0,99	1,07	1,32	1,77	2,68
5	1,08	1,12	1,24	1,40	1,48	1,40	1,26	1,15	1,10	1,15	1,27	1,45	1,52	1,43	1,26	1,11	1,04	1,12	1,42	1,94	3,04
4	1,09	1,13	1,26	1,49	1,71	1,48	1,28	1,16	1,11	1,16	1,29	1,55	1,79	1,51	1,28	1,13	1,05	1,14	1,45	2,02	3,37
3	1,07	1,11	1,22	1,39	1,49	1,40	1,26	1,14	1,10	1,14	1,26	1,44	1,52	1,43	1,25	1,10	1,03	1,11	1,41	1,93	3,02
2	1,03	1,07	1,14	1,22	1,26	1,24	1,16	1,09	1,06	1,09	1,18	1,27	1,29	1,25	1,15	1,03	0,98	1,06	1,31	1,76	2,65
1	1,00	1,02	1,07	1,11	1,13	1,12	1,08	1,04	1,02	1,04	1,09	1,14	1,16	1,12	1,04	0,96	0,92	1,00	1,21	1,63	2,40
0	0,98	1,00	1,03	1,07	1,09	1,08	1,05	1,02	1,00	1,02	1,06	1,10	1,10	1,06	0,99	0,93	0,90	0,97	1,17	1,58	2,32
	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00	14,00	15,00	16,00	17,00	18,00	19,00	20,00

Tabla 5-5: Tabla de balastos relativos en un caso de cálculo Patrón. Los colores diferencian zonas de balasto aproximadamente homogéneo.

A partir de la definición de zonas, se genera el valor promedio del balasto en cada una de las zonas y se obtienen tablas como las siguientes:

20	2,06		2,55			2,13			2,64			2,13							3,66		
19																					
18																					
17																					
16	1,04		1,20			1,07			1,19			1,01							2,13		
15																					
14																					
13																					
12	1,17		1,52			1,21			1,57			1,19							2,64		
11																					
10																					
9																					
8	1,07		1,19			1,10			1,21			1,07							2,13		
7																					
6																					
5																					
4	1,15		1,47			1,19			1,52			1,20							2,55		
3																					
2																					
1	1,04		1,15			1,07			1,17			1,04							2,06		
0																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-6: Balasto promedio por zonas . $e=0,6m$; $E=40.000\text{ KPa}$ ($c=0$; $\phi=25^\circ$)

20	2,05		2,30			2,08			2,34			2,13			3,30						
19																					
18																					
17																					
16	1,17		1,24			1,18			1,23			1,20			2,13						
15																					
14																					
13																					
12	1,16		1,33			1,18			1,35			1,23			2,34						
11																					
10																					
9																					
8	1,11		1,16			1,12			1,18			1,18			2,08						
7																					
6																					
5																					
4	1,14		1,30			1,16			1,33			1,24			2,30						
3																					
2																					
1	1,10		1,14			1,11			1,16			1,17			2,05						
0																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-7: Balasto promedio por zonas. $e=0,8m$; $E=40.000\text{ KPa}$ ($c=0$; $\phi=25^\circ$)

20	2,06		2,20			2,08			2,22			2,16			3,18					
19																				
19																				
19																				
19	1,23		1,26			1,22			1,25			1,29			2,16					
19																				
19																				
19																				
19	1,15		1,25			1,16			1,27			1,25			2,22					
19																				
19																				
19																				
19	1,11		1,14			1,13			1,16			1,22			2,08					
19																				
19																				
19																				
19	1,13		1,22			1,14			1,25			1,26			2,20					
19																				
19																				
19	1,10		1,13			1,11			1,15			1,23			2,06					
19																				
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-8: Balasto promedio por zonas . $e=1,0$ m; $E=40.000$ KPa ($c=0$; $\phi=25^\circ$)

20	2,05		2,93			2,16			3,08			2,11			4,14						
19																					
18																					
17																					
16	0,87		1,14			0,92			1,16			0,77			2,11						
15																					
14																					
13																					
12	1,18		1,81			1,25			1,91			1,16			3,08						
11																					
10																					
9																					
8	0,98		1,21			1,03			1,25			0,92			2,16						
7																					
6																					
5																					
4	1,14		1,71			1,21			1,81			1,14			2,93						
3																					
2																					
1	0,93		1,14			0,98			1,18			0,87			2,05						
0																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-9: Balasto promedio por zonas . $e=0,6m$; $E=80.000 \text{ KPa}$ ($c=0$; $\phi=25^\circ$)

20	2,05		2,50			2,12			2,58			2,13			3,59						
19																					
18																					
17																					
16	1,07		1,21			1,10			1,20			1,05			2,13						
15																					
14																					
13																					
12	1,16		1,48			1,20			1,53			1,20			2,58						
11																					
10																					
9																					
8	1,08		1,18			1,10			1,20			1,10			2,12						
7																					
6																					
5																					
4	1,14		1,44			1,18			1,48			1,21			2,50						
3																					
2																					
1	1,05		1,14			1,08			1,16			1,07			2,05						
0																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-10: Balasto promedio por zonas. $e=0,8m$; $E=80.000$ KPa ($c=0$; $\phi=25^\circ$)

20	2,05		2,32			2,08			2,36			2,13			3,33						
19																					
18																					
17																					
16	1,17		1,24			1,17			1,23			1,19			2,13						
15																					
14																					
13																					
12	1,16		1,35			1,18			1,37			1,23			2,36						
11																					
10																					
9																					
8	1,11		1,16			1,12			1,18			1,17			2,08						
7																					
6																					
5																					
4	1,14		1,32			1,16			1,35			1,24			2,32						
3																					
2																					
1	1,09		1,14			1,11			1,16			1,17			2,05						
0																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-11: Balasto promedio por zonas. $e=1,0m$; $E=80.000\text{ KPa}$ ($c=0$; $\phi=25^\circ$)

Aunque no se aportan en el texto, se han confeccionado además todas las tablas de las diferentes combinaciones de c y ϕ calculadas en esta tesis.

A la vista de los valores medios de cada zona se han agrupado zonas que tiene promedios parecidos, quedando las zonas de la siguiente forma

20	6		3			6			3			6						9			
19																					
18																					
17																					
16	5		2			5			2			5						6			
15																					
14																					
13																					
12	2		1			2			1			2						3			
11																					
10																					
9																					
8	5		2			5			2			5						6			
7																					
6																					
5																					
4	2		1			2			1			2						3			
3																					
2																					
1	5		2			5			2			5						6			
0																					
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Tabla 5-12: Zonas de diferenciación del balasto

Siguiendo la tabla anterior, en lo que sigue, utilizaremos esta nomenclatura de las zonas de balasto:

Banda de Pilares (0,25 L)	Zona de PILAR	Zona 1
	Zona de VANO	Zona 2
	EXTREMO	Zona 3
Banda Central (0,75 L)	Zona de VANO	Zona 5
	EXTREMO	Zona 6
ESQUINA		Zona 9

Tabla 5-13: Nomenclatura de las zonas de balasto

5.5.5.1. Valores de la matriz de balasto en función de la rigidez relativa

El primer intento de agrupar los valores del balasto en cada zona en función de la rigidez relativa da lugar al siguiente gráfico

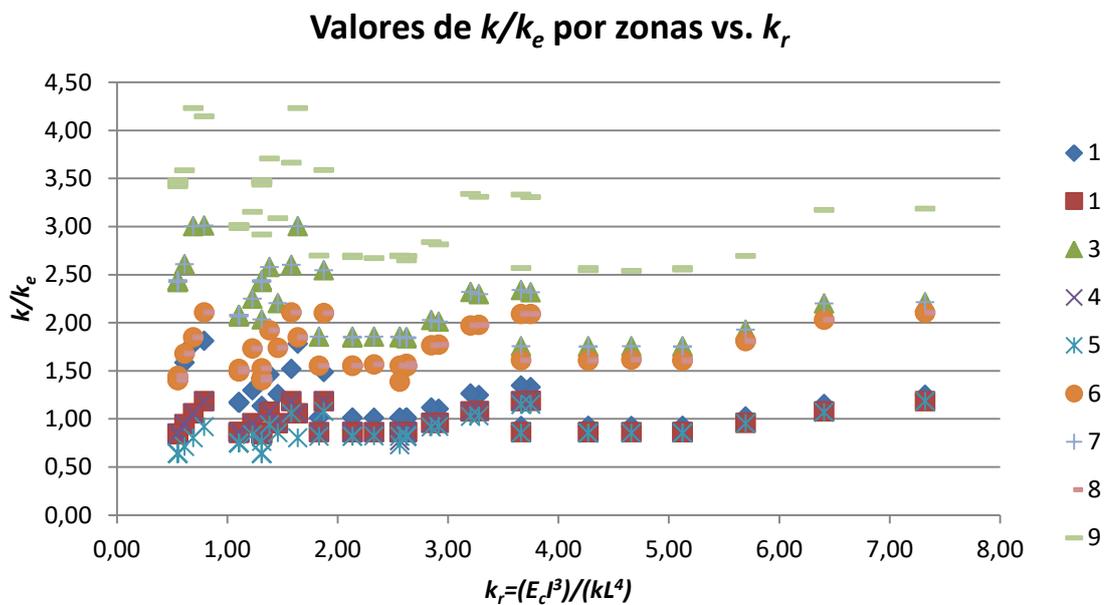


Figura 5-39: Valores del balasto en cada zona, referidos a la rigidez relativa

En la figura vemos que hay cierta dificultad en encontrar una ley sencilla (lineal o logarítmica) que nos permita extraer conclusiones.

Por ello, se ha probado con numerosas combinaciones de exponentes que permitieran disponer los valores del balasto de una forma más ordenada.

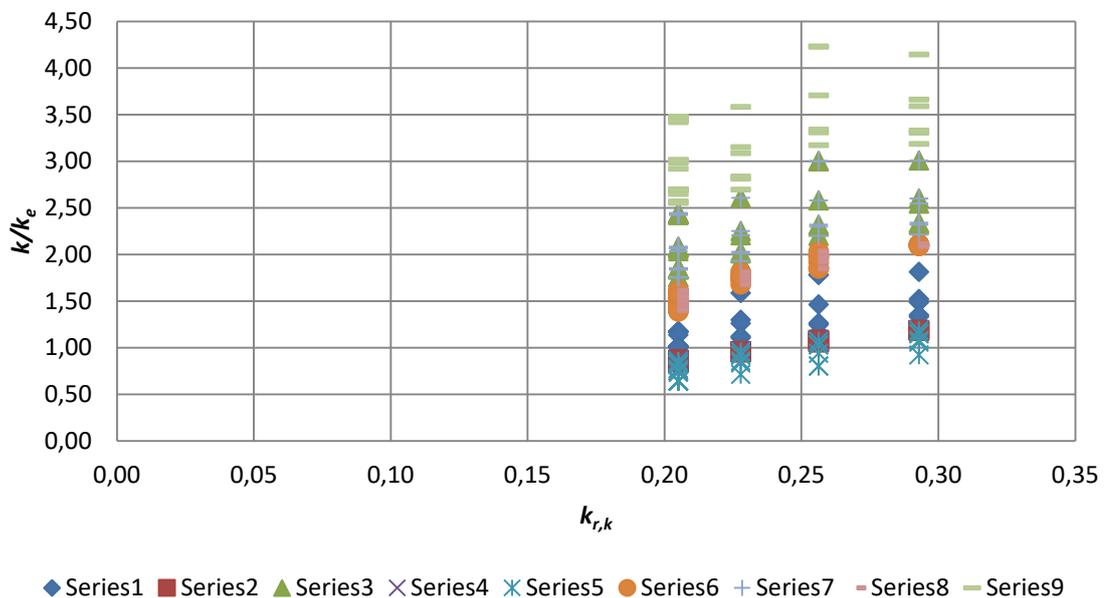
5.5.5.2. Ajuste de los valores de la matriz da balasto

La mejor abscisa que hemos encontrado en esta tesis para ordenar el balasto ha sido:

$$k_{r,k} = \frac{E_c E_g}{kL^4} 10^{-6} \tag{81}$$

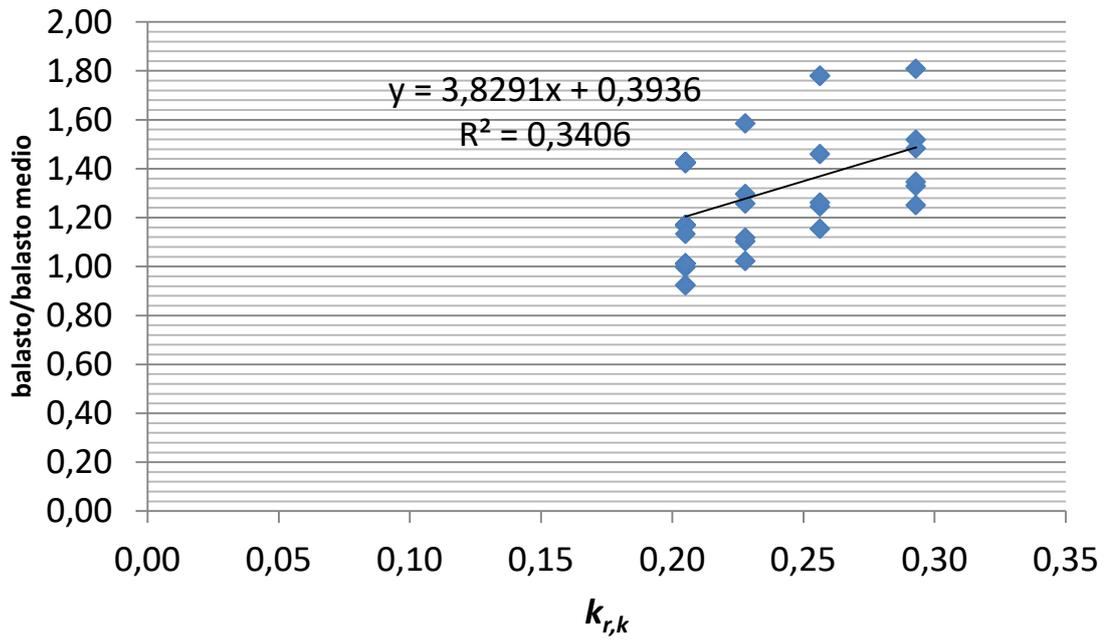
Y con ella, los gráficos se ordenan según la figura siguiente

Valores de k/k_e por zonas vs. $k_{r,k}$

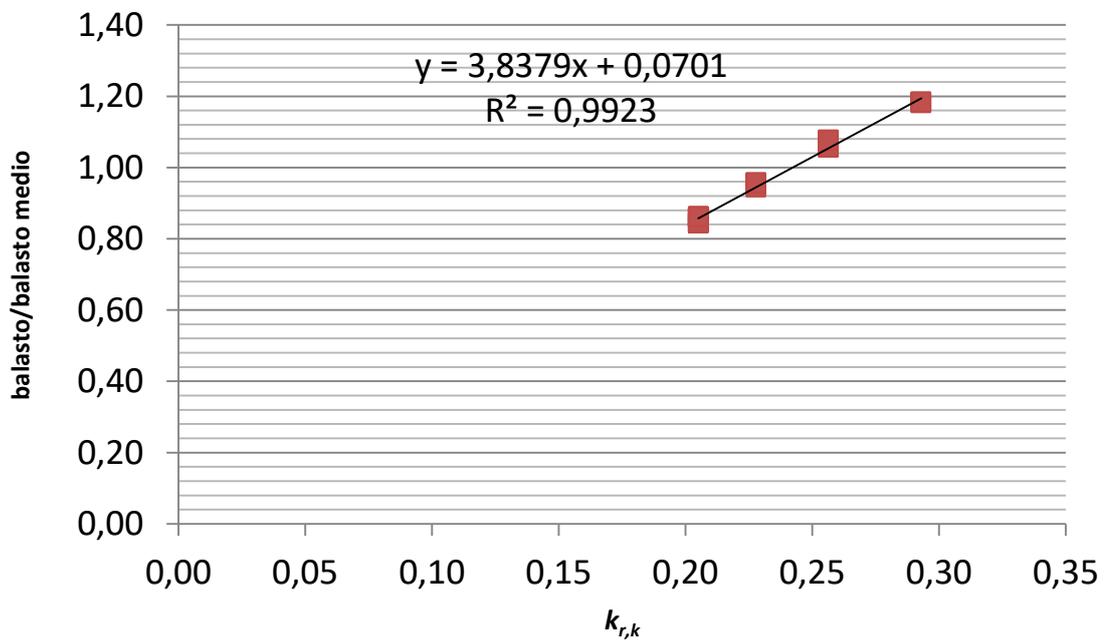


Y cada una de las zonas queda ajustada de la siguiente forma

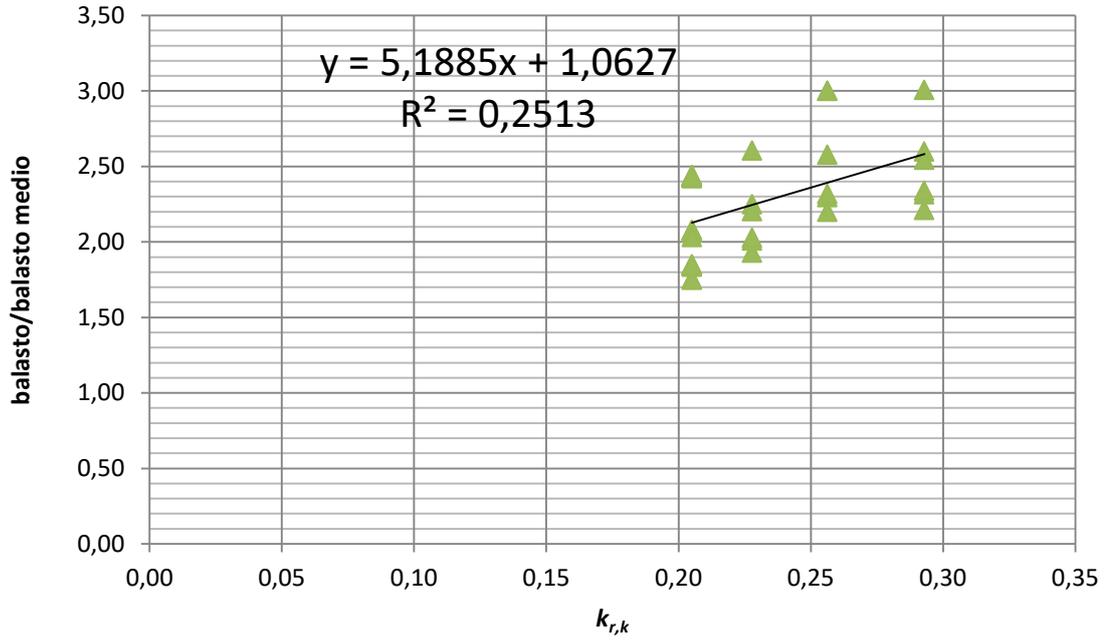
Variación del balasto [/balasto medio], Zona 1



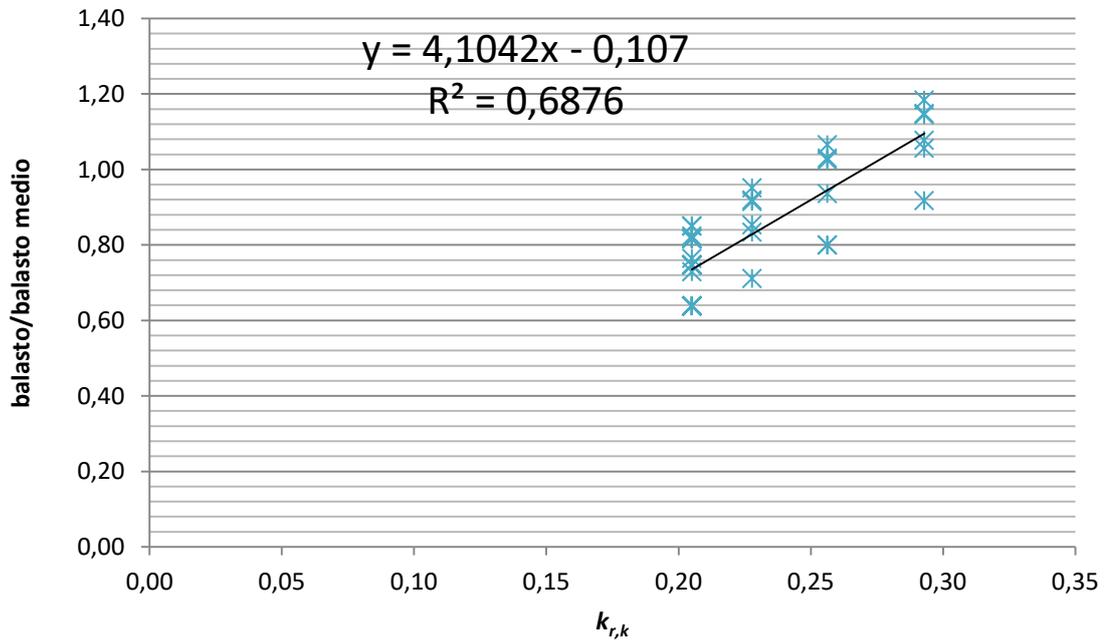
Variación del balasto [/balasto medio], Zona 2



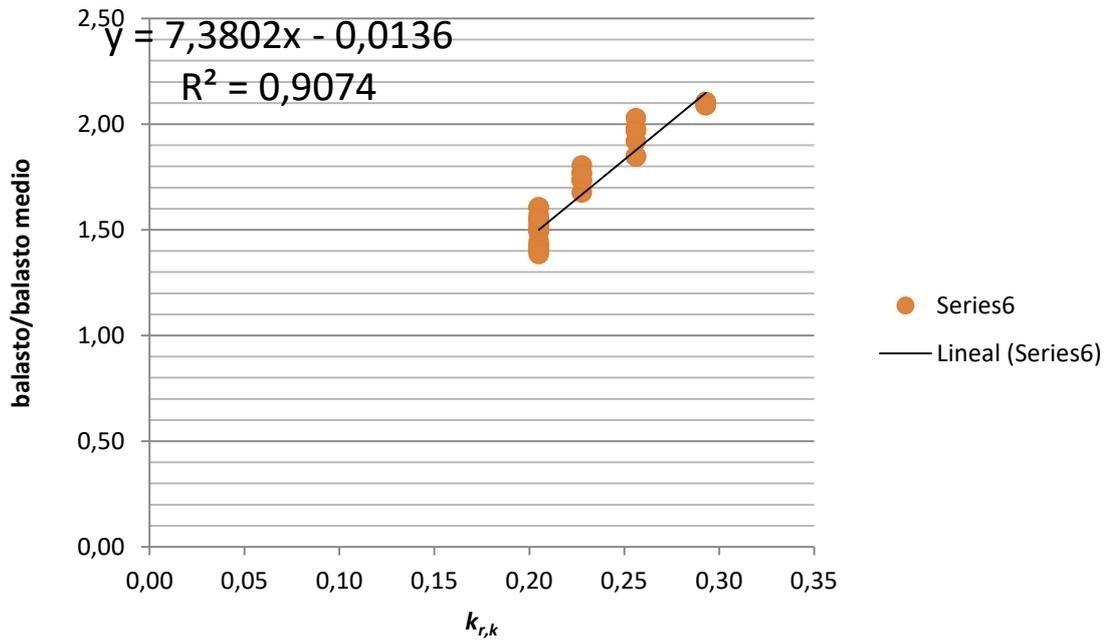
Variación del balasto [/balasto medio], Zona 3



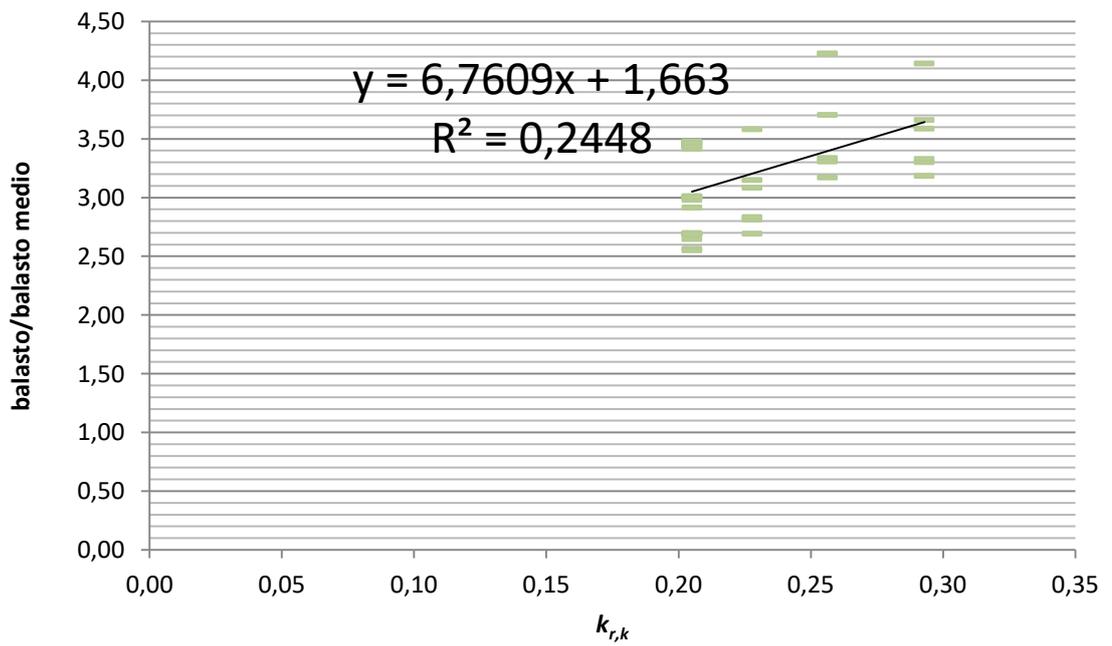
Variación del balasto [/balasto medio], Zona 5



Variación del balasto [/balasto medio], Zona 6



Variación del balasto [/balasto medio], Zona 9



Los valores del balasto quedan, por tanto fijados de la siguiente forma

			AJUSTE	VALOR APROXIMADO
Banda de Pilares	Zona de PILAR	Zona 1	$k = 4 \cdot kr, k+0,4$	$k = 4 \cdot kr, k+0,4$ entre 0,9 y 1,8
	Zona de VANO (0,25 L)	Zona 2	$k = 4 \cdot kr, k+0,1$	1
	EXTREMO (0,33 L)	Zona 3	$k = 5 \cdot kr, k+1$	$k = 5 \cdot kr, k+1$ entre 1,5 y 3,0
Banda Central (0,75 L)	Zona de VANO (0,75 L)	Zona 5	$k = 4 \cdot kr, k-0,1$	0,8
	EXTREMO (0,66 L)	Zona 6	$k = 7,4 \cdot kr, k$	$k = 7,4 \cdot kr, k$ entre 1,3 y 2,1
ESQUINA		Zona 9	$k = 6,7 \cdot kr, k+1,7$	$k = 6,7 \cdot kr, k+1,7$ entre 2,5 y 4,3

Tabla 5-14: Coeficientes multiplicadores del coeficiente de balasto según las zonas

5.6. Corrección por borde rígido (muro)

Hasta ahora hemos deducido el comportamiento de losas de cimentación con sus bordes libres. Se ha tenido en cuenta el peso de tierras por encima de ellas porque influye en el comportamiento pero su borde se ha considerado libre a efectos de flexión.

Sin embargo, muchas de estas estructuras están apoyadas en muros perimetrales de forma que su comportamiento a lo largo de este borde está gobernado por una coacción total al giro en dicha dirección. Dicho de otro modo, el asiento de todo el borde es el mismo no existiendo flexiones en esa dirección.

Esta condición de borde puede generar diferencias en el comportamiento de la losa en la dirección perpendicular, que es la determinante de esta tesis.

En la dirección paralela al borde, en el pórtico virtual extremo, los esfuerzos son muy pequeños y la práctica habitual es mantener casi la misma armadura que en el resto de pórticos aunque un análisis más detallado podría bajar la armadura a valores mínimos.

Para evaluar la influencia de esta consideración se han analizado varios casos con esta condición de borde. Se ha introducido en el modelo un borde con una rigidez muy superior al resto de la losa (un canto de 4,0 m) que simula el apoyo habitual de los muros de contención.

Se han analizado los cuatro casos de la tabla:

	E [MPa]	c [kPa]	ϕ [°]	e [m]	Kr
Caso 1	80.000	10	30	0,6	0,5
Caso 2	40.000	10	30	0,6	1,1
Caso 3	40.000	10	30	0,8	2,6
Caso 4	40.000	10	30	1,0	5,1

5.6.1. Momento longitudinal total

Exponemos los resultados en el siguiente gráfico, en función de la rigidez relativa. Los resultados del cálculo *con muro* se han hecho notar con un punto rojo y se comparan con el resto de resultados con borde libre y con las líneas de ajuste propuestas.

Los momentos longitudinales totales en el pórtico son:

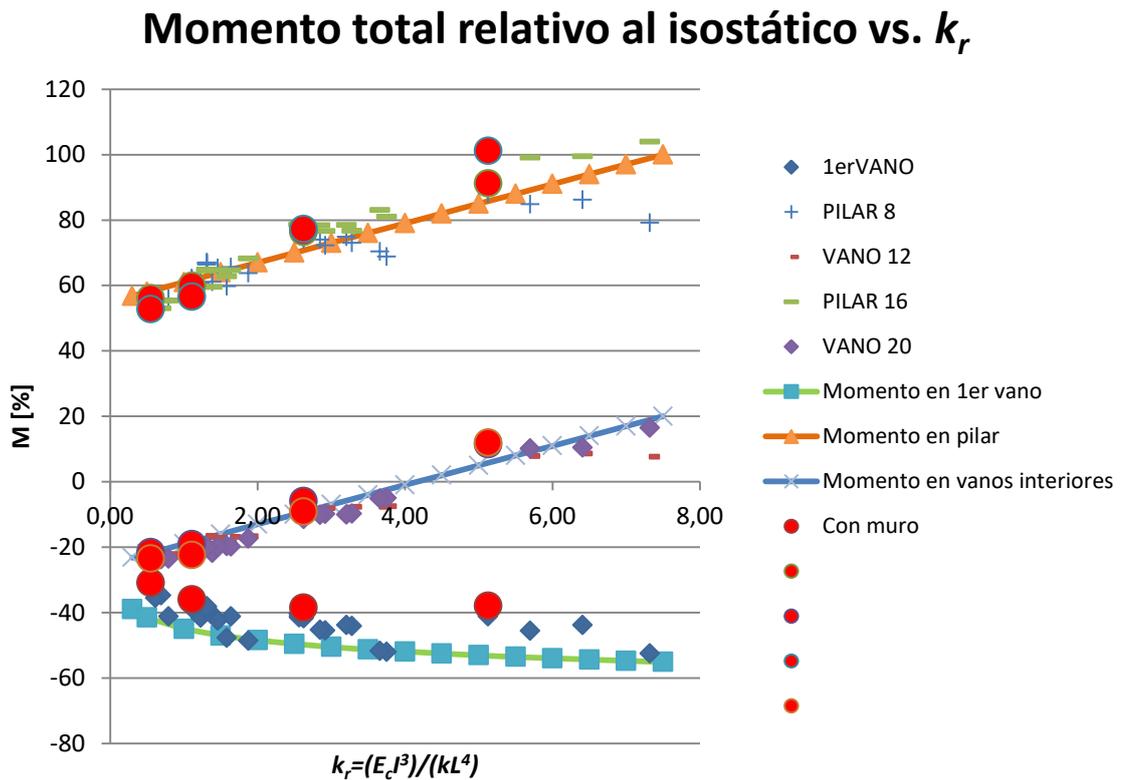


Figura 5-40: Comparación de momentos longitudinales. Modelos con borde libre o con muro en el borde.

Se observa la poca influencia en el Momento total de la existencia de un muro en el borde.

5.6.2. Reparto en bandas

Aunque la influencia del muro extremo en el momento total es pequeña, el reparto en bandas podría parecer más influenciado por dicho muro, especialmente en el primer vano.

Sin embargo, no es así. El muro extremo debería actuar como un uniformador del momento, es decir, que el momento en banda central se igualase con el de banda de pilares. Así ocurre, como se puede observar, el momento en banda de pilares es el 50% aproximadamente. Pero esto no supone ninguna modificación pues el reparto en BP y BC del momento total en primer vano, cuando en lugar de muro hay borde libre también es del 50%.

Exponemos los resultados en el siguiente gráfico, en función de la rigidez relativa. Los resultados del cálculo *con muro* se han hecho notar con puntos y se comparan con el resto de resultados con borde libre. El porcentaje del momento total que va por la banda de pilares es:

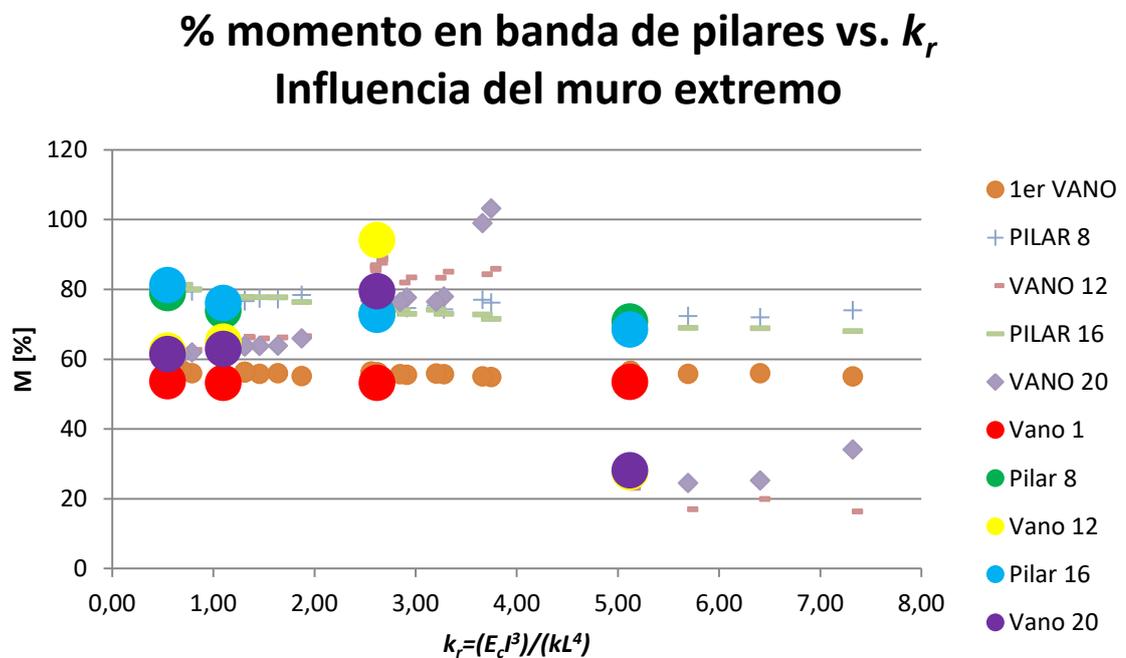


Figura 5-41: Comparación de reparto por bandas. Modelos con borde libre o con muro en el borde.

5.6.3. Equilibrio

En el siguiente gráfico se observa como la existencia de un muro (puntos rojos, verdes y azules) no influye de forma reseñable en el equilibrio de los vanos, cosa que era de esperar pues en §5.6.1 hemos visto que los momentos totales en vanos son muy similares con y sin muro.

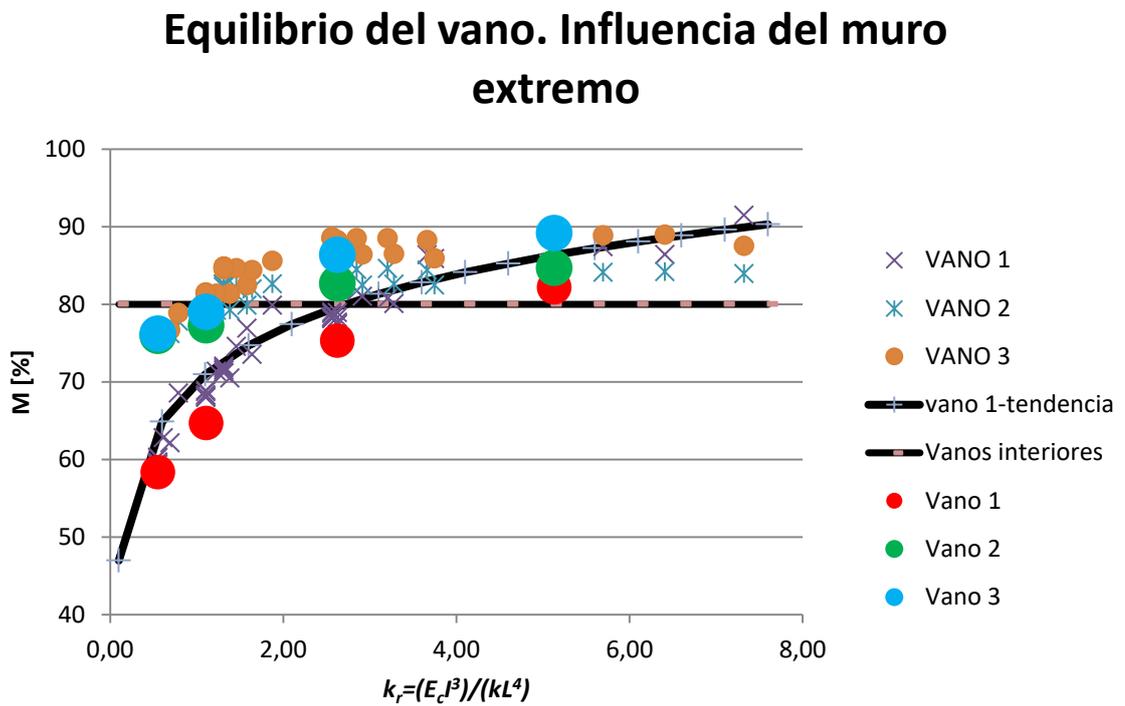


Figura 5-42: Comparación del equilibrio en vanos. Modelos con borde libre o con muro en el borde.

5.7. Contrastación para luz de 5,0 m

5.7.1. Momento longitudinal

Los modelos de la Tesis para el estudio del patrón se han realizado para una luz de 8,0. En este apartado se estudia la influencia de la luz para lo que se han introducido varios modelos con luz de 5,0 m.

La longitud de la losa sigue siendo de 40,0 m y los axiles en pilares son proporcionales a su área de influencia.

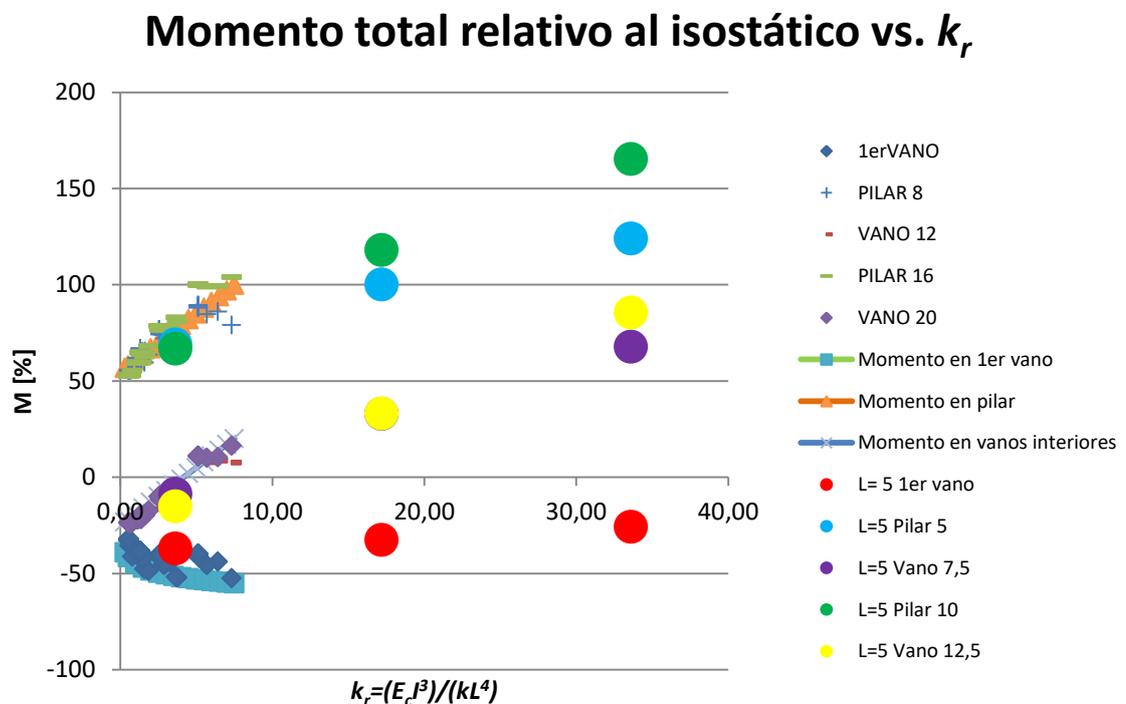


Figura5-43: Comparación de momentos longitudinales. Modelos con $L = 5 \text{ m}$

Se observa en el gráfico que cuando la rigidez relativa es pequeña los momentos en la losa siguen las relaciones propuestas por luces mayores. Sin embargo, cuando la rigidez relativa aumenta (demasiado para un problema típico de edificación, bien porque la losa es muy rígida o bien porque el terreno es demasiado flexible, entonces los valores de los momentos siguen una ley diferente:

- La ley de variación de los momentos en pilares parece abandonar la linealidad para valores de rigidez relativa muy altos.
- Los momentos en pilares que para rigideces inferiores son sensiblemente iguales en todos ellos, en el caso de rigideces muy grandes, los momentos en el primer pilar y en los consecutivos son diferentes. Obsérvese la ley de flexión para diferentes rigideces en la losa de luces de 5,0 m.

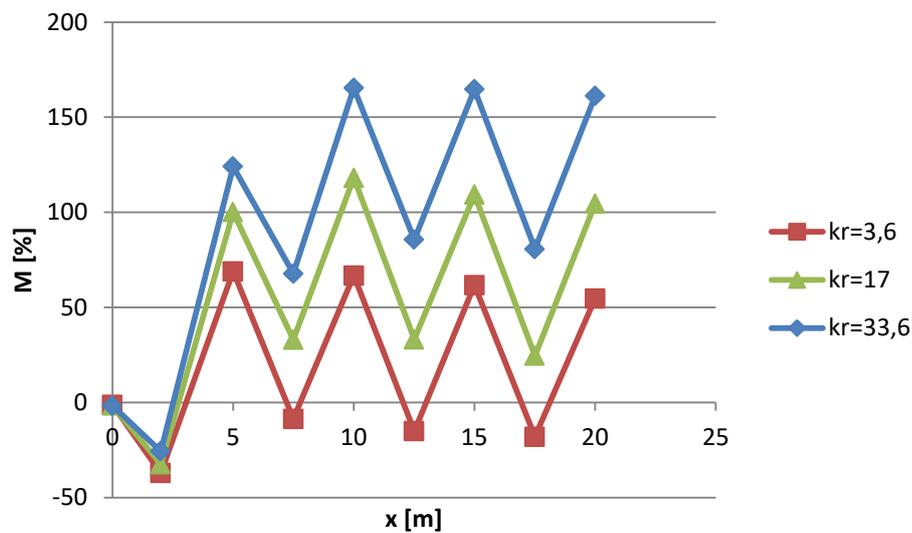


Figura 5-44: Ley de momentos máximos en la losa (relativos al isostático) para una luz de 5,0 m y diferentes rigideces relativas k_r .

5.7.2. Reparto en bandas

El reparto en bandas no se ve afectado con luces de 5,0 m. El estudio de este tipo de luces, nos permite ver que para valores de rigidez altas, el reparto en bandas se estabiliza en valores de 65% en pilares y 40% en vanos.

% momento en banda de pilares vs. k_r Influencia de la luz

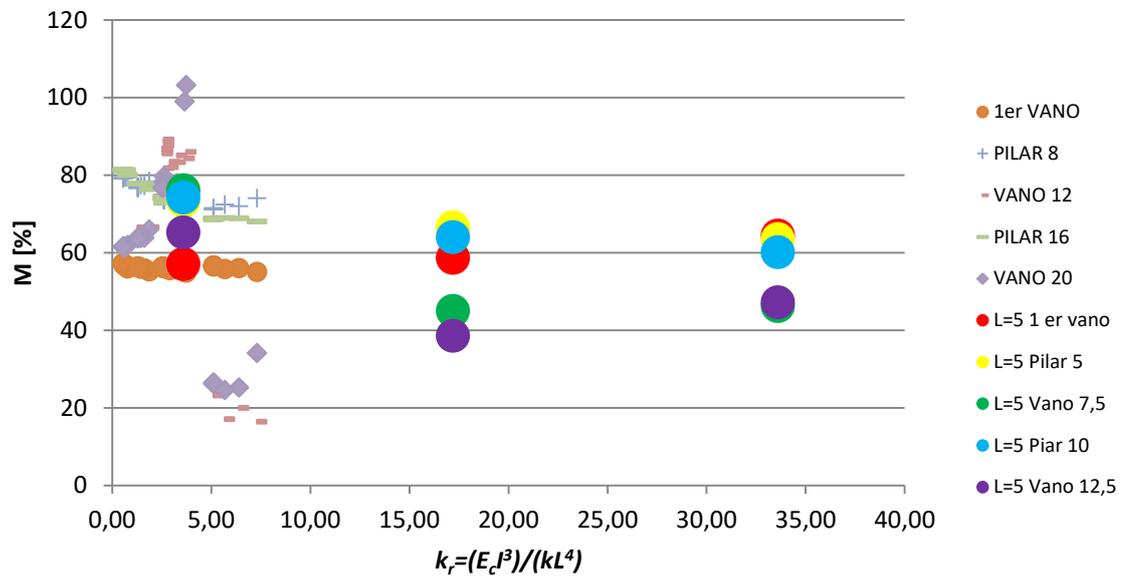


Figura 5-45: Comparación de reparto por bandas. Modelos con Luz de 8,0 y de 5,0 m

5.7.3. Equilibrio

De nuevo, el estudio de este tipo de luces, nos permite ver que para valores de rigidez altas, el equilibrio se estabiliza en valores del 90% e el primer vano y 80 % en el resto de vanos.

Para valores de rigidez pequeños, con luces menores, la cota marcada por las ecuaciones propuestas sigue siendo válido.

Equilibrio del vano. Influencia de la luz

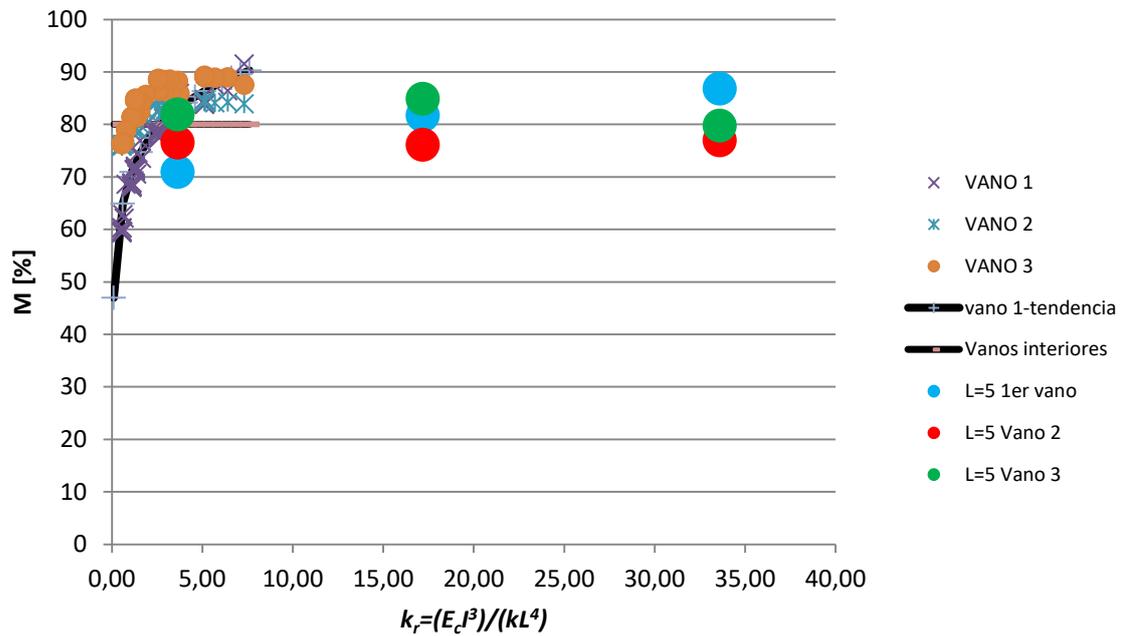


Figura 5-46: Comparación del equilibrio en vanos. Modelos con luz de 8 a 5 m.

Es importante observar que el valor de lo que hemos dado en llamar equilibrio, cuando ambos momentos en pilar y vano tiene el mismo signo, no tiene el mismo sentido. Es decir, si los momentos en pilar y vano son de signo diferente, el equilibrio gobierna la cantidad de armadura que es necesario disponer.

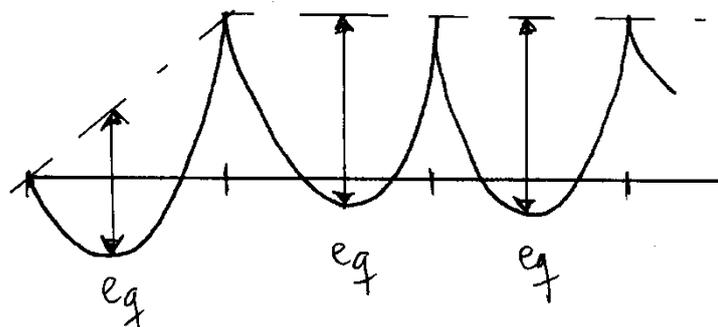


Figura 5-47: Expresión gráfica del valor del equilibrio para momentos de distinto signo

$$(k_r < 4)$$

Mientras que si ambos momentos son del mismo signo, el valor del equilibrio no es indicativo de la armadura necesaria.

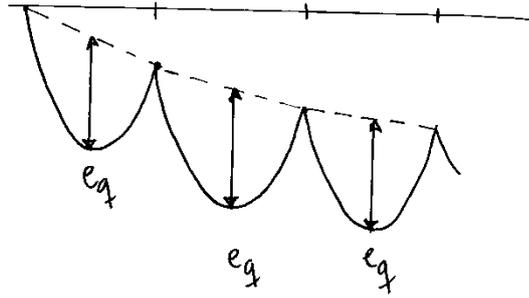


Figura5-48: Expresión gráfica del valor del equilibrio para momentos del mismo signo ($k_r > 4$)

5.8. Resultados obtenidos con comportamiento lineal del hormigón

Los modelos patrón analizados en esta Tesis han tenido en cuenta dos importantes aspectos de la interacción suelo-estructura, la no-linealidad del comportamiento del suelo y la no-linealidad del comportamiento del hormigón.

En este apartado se valora la influencia del comportamiento no-lineal del hormigón, es decir, qué diferencia hay entre los resultados de un modelo del hormigón no-lineal o lineal.

La introducción de la no-linealidad del hormigón se ha hecho conforme a lo indicado en el §5.2.4.2.

Se han analizado los tres casos de la tabla:

	E [MPa]	c [kPa]	φ [°]	e [m]	Kr
Caso 1	80.000	10	30	0,6	0,5
Caso 2	40.000	10	30	0,8	2,6
Caso 3	40.000	10	30	1,0	5,1

5.8.1. Momento longitudinal

En el grafico que sigue se observan los momentos de los tres modelos lineales (círculos azules). Dichos momentos longitudinales totales en el ancho del pórtico son sensiblemente iguales a los obtenidos con un modelo no-lineal del hormigón, aunque se observa un ligero incremento del momento en pilares.

El objetivo de esta comparación entre modelos del hormigón es evaluar la influencia de dicha asunción en el comportamiento del conjunto. En este sentido, la conclusión es que la diferencia de momentos longitudinales al introducir linealidad o no linealidad del hormigón de la estructura es muy poco significativa.

O visto de otra forma, si en una estrategia de proyecto se utiliza un modelo no lineal del terreno pero un modelo lineal de la estructura, los resultados son muy parecidos al patrón y ligeramente del lado de la seguridad.

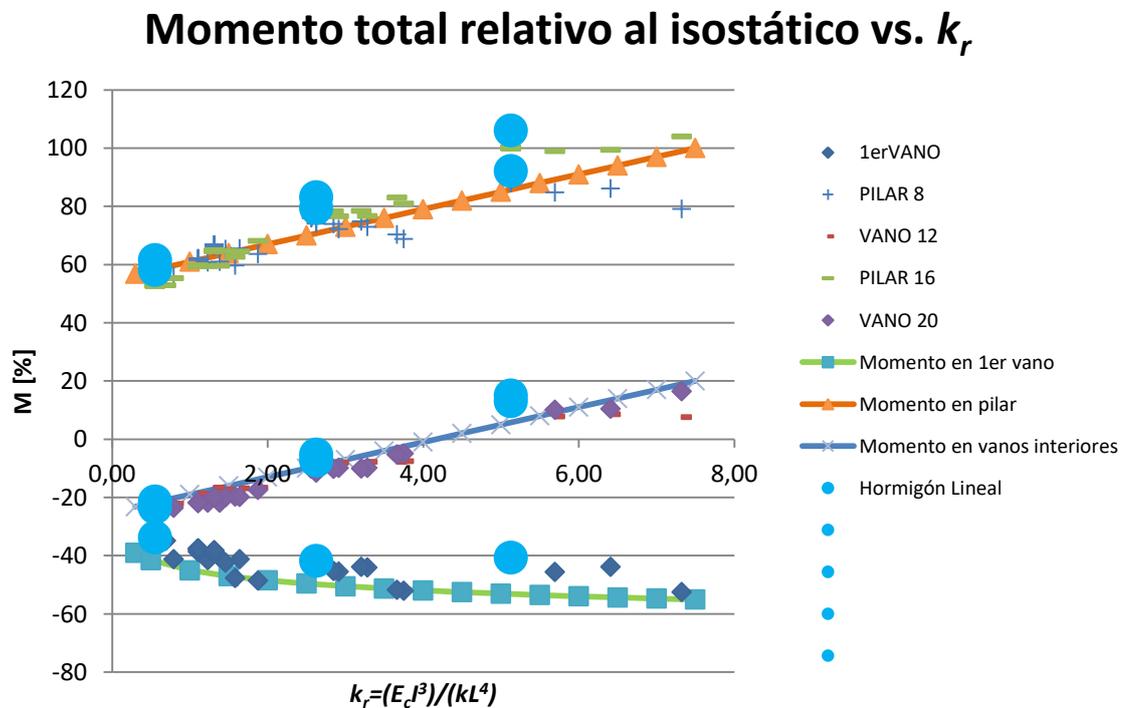


Figura 5-49: Comparación de momentos longitudinales. Modelos con hormigón no-lineal o con hormigón lineal.

5.8.2. Reparto en bandas

El reparto en bandas cuando se analiza el cimiento con una ecuación lineal del hormigón es muy similar al caso de considerarlo no-lineal.

En el siguiente gráfico se observa la diferencia en los repartos:

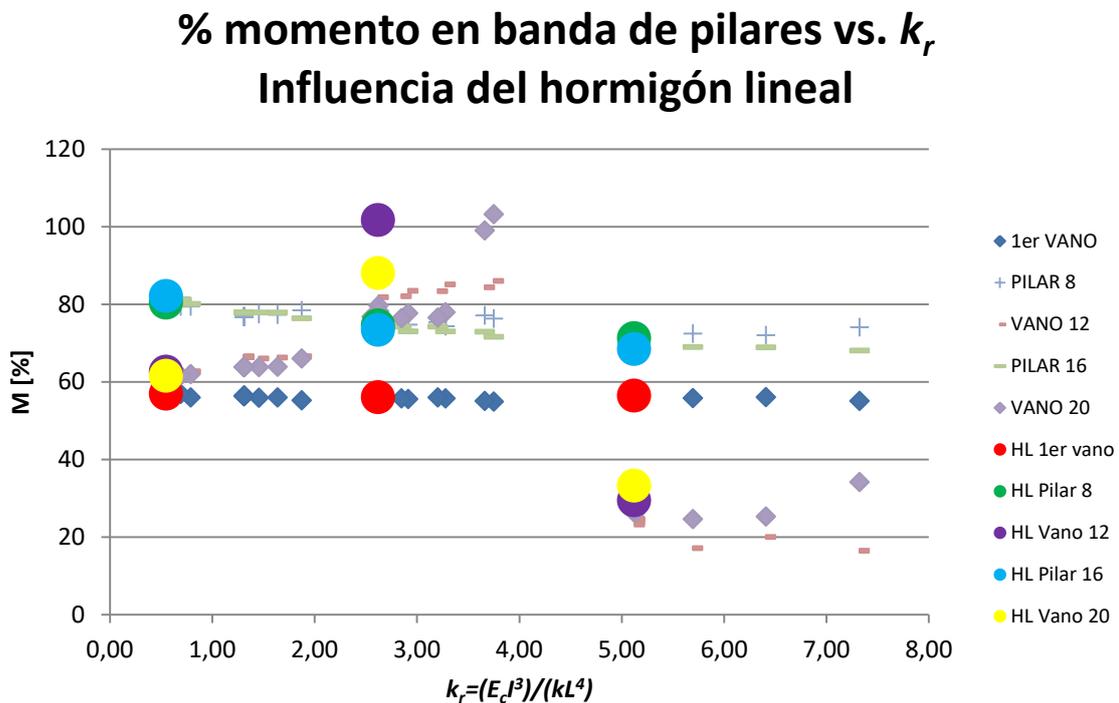


Figura 5-50 Comparación de reparto por bandas. Modelos con hormigón lineal o no lineal.

Cuando el cimiento se calcula con el hormigón lineal, los repartos entre bandas prácticamente son iguales a los obtenidos con ecuaciones más complejas.

Cabe destacar que en el vano segundo, para rigideces relativas cerca pero por debajo de cuatro, prácticamente la totalidad del momento se va por la banda central.

5.8.3. Equilibrio

El equilibrio, como el resto de variables, tiene valores muy similares con hormigón lineal o no-lineal. Se puede observar alguna pequeña diferencia de valores que indica que en el caso de calcular con hormigón lineal, lo cual es una estrategia de proyecto muy habitual,

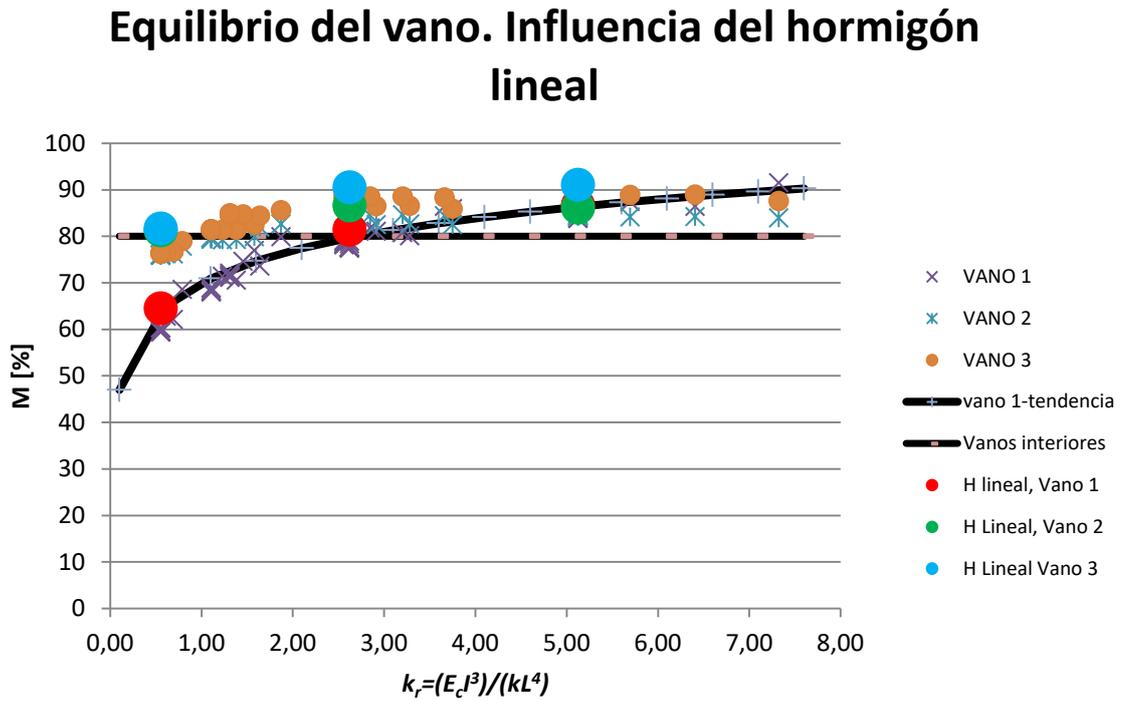


Figura 5-51 Comparación del equilibrio en vanos. Modelos con hormigón lineal o no lineal.

5.9. Aplicación del método del balasto variable a la losa patrón

5.9.1. Casos analizados

Se han analizado tres modelos con el método del balasto variable y en ese apartado se comparan los resultados de dichos modelos con los resultados del Patrón y con los resultados que se hubieran venido de haberse analizado con un método de balasto constante.

Se han analizado tres casos:

	E [MPa]	c [kPa]	ϕ [°]	e [m]	Kr
Caso 1	80.000	10	30	0,6	0,5
Caso 2	40.000	10	30	0,8	2,6
Caso 3	40.000	10	30	1,0	5,1

A partir de estos valores se han obtenido los valores de k_e y de k .

	k_e	k
Caso 1	2857	2857
Caso 2	1428	1428
Caso 3	1428	1428

Nota: Valores en [kPa/m]

Al ser los valores de c y ϕ altos, los valores de k_e y k coinciden.

La matriz de balasto variable del cuarto de losa varía para cada uno de los casos aplicando §6.2.

5.9.2. Comparación de resultados con el Patrón

Los resultados de los tres modelos en comparación a los valores de los cálculos patrón se muestran en el siguiente gráfico:

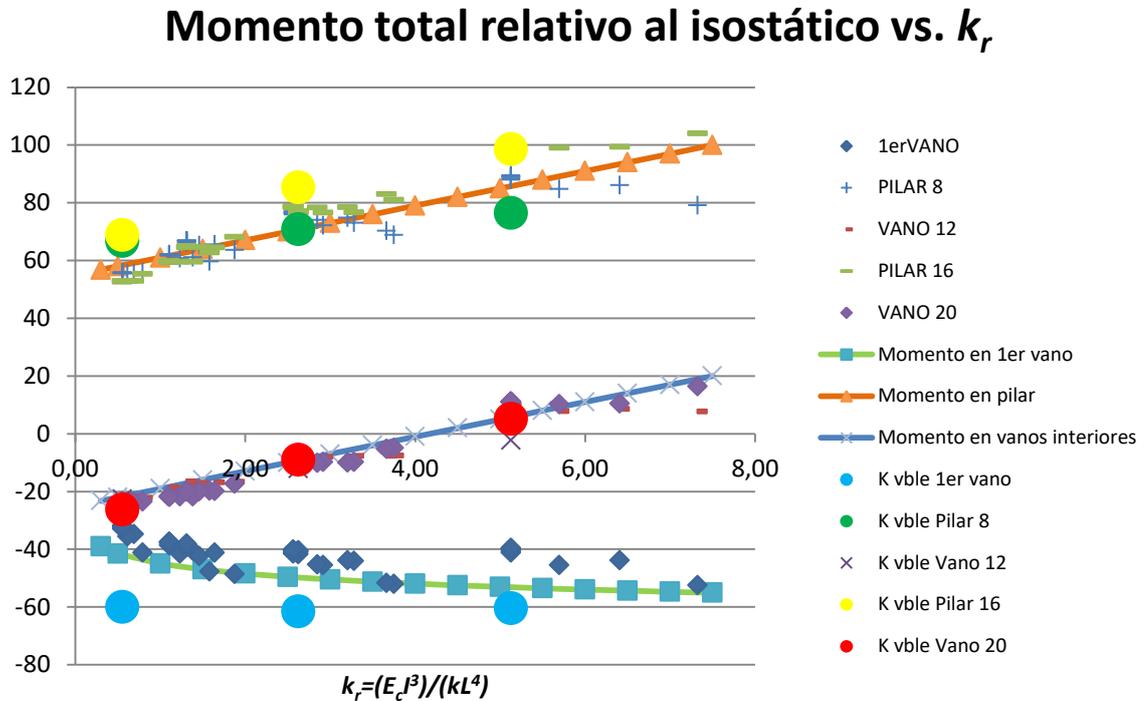


Figura 5-52 Comparación de momentos longitudinales obtenidos con el método del Balasto Variable (puntos) y con los modelos Patrón

De forma general, los valores de los momentos se ajustan bastante bien a los que predice el método de los Pórticos Virtuales Modificado a los valores obtenidos en los análisis Patrón.

Se observan además dos interesantes conclusiones:

- El crecimiento de los momentos en función de la rigidez relativa es idéntico al real.

Hay que recordar, como se verá a continuación, que el crecimiento de los momentos calculados con el método del balasto constante es el opuesto.

- Los valores de flexión obtenidos con el método del Balasto variable están cercanos pero del lado de la seguridad de los obtenidos con el patrón.

En conclusión se puede decir que el método del balasto variable arroja resultados bastante precisos y del lado de la seguridad.

5.9.3. Comparación con el método el balasto constante

Se muestra el gráfico de comparación del método del balasto variable (de puntos) con el tradicional método del balasto constante.

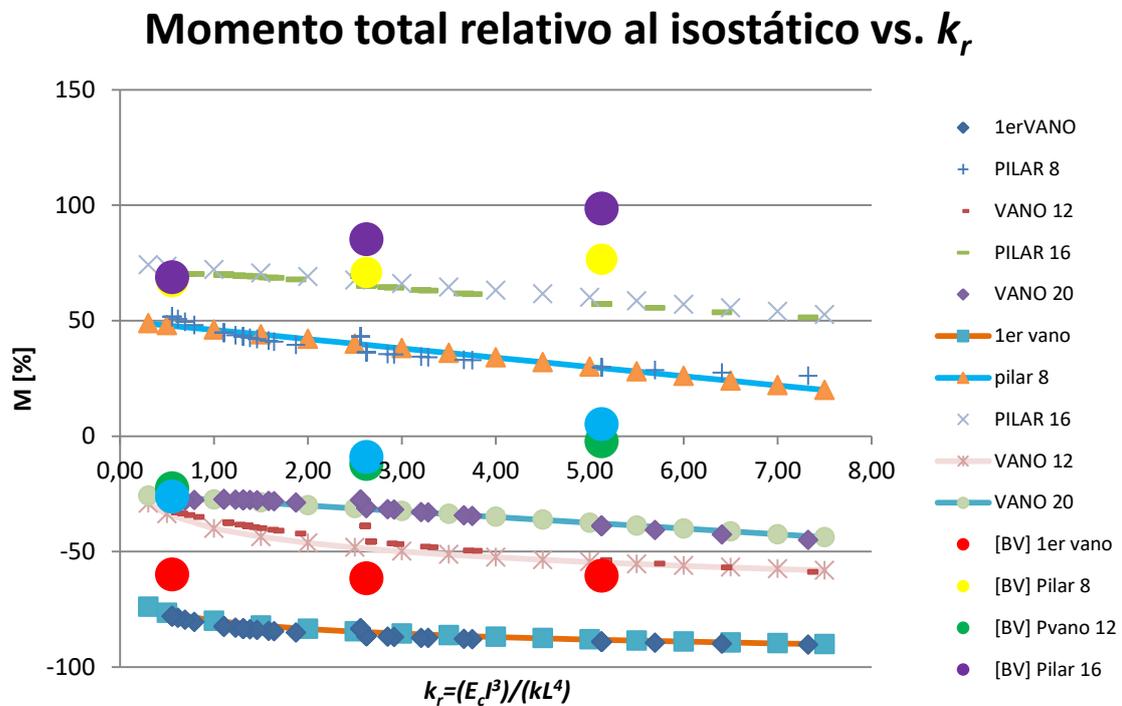


Figura 5-53: Comparación de momentos longitudinales obtenidos con el método del Balasto Variable (puntos) y con el método del balasto constante

Como se puede apreciar en la figura, tanto los valores de los momentos como su variación en función de la rigidez relativa son muy diferentes a los obtenidas con el tradicional método del balasto constante.

Referencias citadas

- ACI Committee 318, 2011, *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*
- Bowles, J. E., 2012, *Foundation Analysis and Design*. (5ª ed.). New York, U.S.: Mc Graw-Hill Book Company.
- Calavera, J., 2015. *Cálculo de estructuras de cimentación*. Madrid: Intemac.
- CTE, DB, SE C, 2007, *Seguridad estructural: cimientos* BOE 23/10/2007
- EC-2, 2010; *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación*.
- EHE-08, 2008: *Instrucción española de hormigón estructural*, Ministerio de fomento
- Horvath, J. S., 2002, *Soil-Structure Interaction* Research Project. Basic SSI Concepts and Applications Overview. New York, U.S.A.: Manhattan College School of Engineering.
- López Agüí, J. C., Prieto Rábade, M., 2012, *Análisis de tensiones normales en el Eurocódigo EC2 y en la EHE-08*. Madrid, España.: AENOR (Asociación Española de Normalización y Certificación).
- Pérez Caldentey, A., Arroyo Portero, J. C., Ezeberry Parrota, J., Petersen, M., 2013, *Proyecto de estructuras de hormigón frente a los efectos de las deformaciones impuestas*. Monografía 22, ACHE.
- Rodríguez Ortiz, J. M., Serra Gesta, J., Oteo Mazo, C., 1989. *Curso aplicado de Cimentaciones*. (4ª ed.). Ed: COAM
- Romana G^a, Manuel, 1999. *Nota acerca de los módulos de balasto*. Centro comercial *Aldaia*. Informe INGEOTEC.
- SOFiSTiK, 2014, *AQUA, materials and cross sections*, Software version SOFiSTiK 2014, Oberschleissheim, German.

6. DOS PROPUESTAS DE MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE ANÁLISIS DE LOSAS DE CIMENTACIÓN

6.1. Método de los Pórticos Virtuales Modificado para Losas de Cimentación [PVMod]

También podría llamarse Ampliación del Método Directo para losas de cimentación de geometría regular y retícula de pilares también regular.

El método de los PÓRTICOS VIRTUALES MODIFICADO es un método directo simplificado válido solamente para losas de cimentación de geometría regular, con cargas en pilares aproximadamente proporcionales a las áreas de influencia y cuya aplicación se condiciona a que se cumplan las siguientes condiciones:

- un mínimo de tres vanos por dirección;
- relación entre dimensiones a (luz) y b (ancho) de un recuadro tal que se verifique:
$$0,5 \leq a/b \leq 2$$
- luces sucesivas que no difieran entre sí en más de 1/3 de la mayor;
- la malla de soportes en planta debe ser sensiblemente ortogonal (Los soportes no se desviarán de los vértices teóricos de una malla ortogonal en más del 10 por 100 de la luz correspondiente a la dirección en la que se produce la desviación)

6.1.1. Obtención del balasto medio

A partir de las características del terreno (E , c y ϕ) y de la dimensión de la losa se obtiene el balasto medio mediante las expresiones glosadas en §3.7.

Para el caso de losas sobre terreno homogéneo, el balasto medio k es:

		LOSA
Terreno homogéneo	k_e	$\frac{E}{0,7B}$
	$\frac{k}{k_e}$	$\frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25} \leq 1$

6.1.2. Rigidez relativa k_r

La rigidez relativa k_r que se propone en esta Tesis (cf. §3.7.3) es el cociente entre la rigidez de la losa y la rigidez del suelo y tiene la expresión:

$$k_r = \frac{E_c h^3}{k L^4} \quad (82)$$

Donde

k_r Rigidez relativa adimensional

E_c Módulo de deformación del hormigón

h Canto de la losa

k Balasto medio del sistema losa-suelo

L Luz entre pilares

6.1.3. Momentos de referencia

En cada vano se adopta el siguiente momento de referencia que, también suele llamarse momento isostático:

$$M_0 = \frac{1}{8} p b L^2 \quad (83)$$

con los siguientes significados:

p = tensión media transmitida por la losa al terreno

b = ancho del pórtico

L = luz libre del vano

Momento en vano Primer vano	Momento en vano Resto de vanos	Momento en pilares
$-5Ln(k_r) - 45$	$6k_r - 25$	$6k_r + 55$

Tabla 6-1: Momentos de referencia en las secciones críticas de apoyos y vanos en porcentajes del momento isostático, M_o

La Tabla puesta en forma de gráfico:

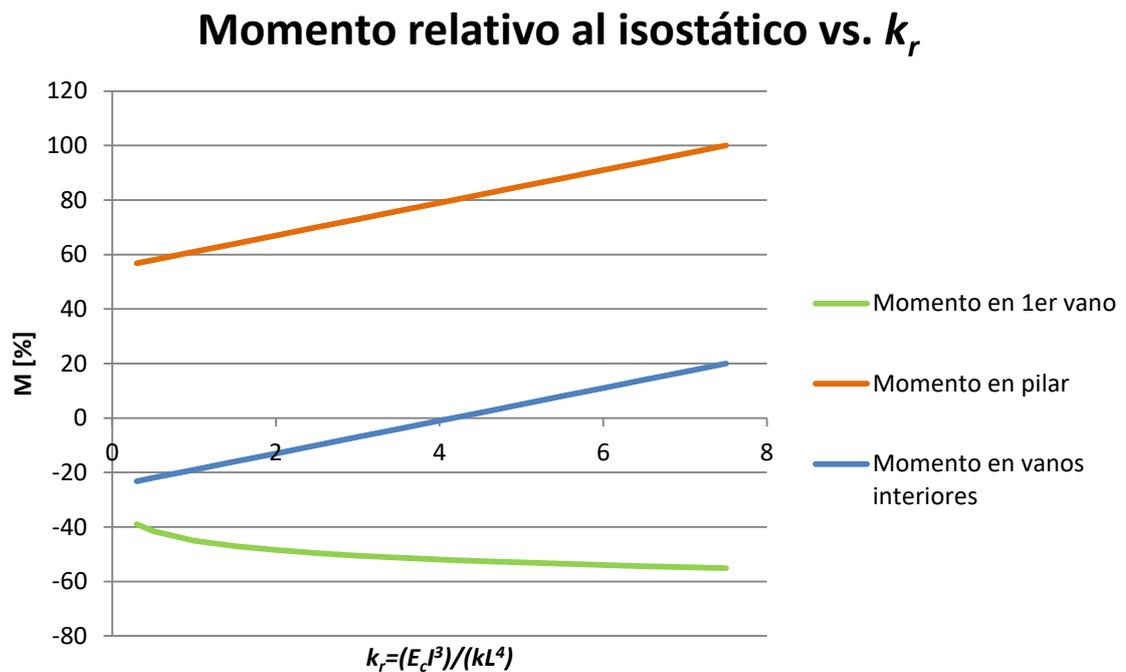


Figura 6-1: Momentos representativos totales, relativos al isostático

6.1.4. Reparto del momento de referencia en las dos bandas

Una vez obtenidos los momentos de referencia en las secciones de centro de vano y de apoyo de la losa es preciso repartirlos entre las bandas de soportes y las bandas centrales correspondientes a cada pórtico virtual para proceder, a continuación, a la determinación de las armaduras de la losa.

En la siguiente tabla se indican los porcentajes del momento en banda que corresponden a las distintas bandas, en el reparto de los momentos de referencia.

Tipo de banda	Momentos en vano		Momento en pilares
	Primer vano	Resto de vanos	Cualquier vano
Banda de soportes	55	$-1,7 k_r + 80$	$3,5 k_r^2 - 4k_r + 60$, si $k_r < 4$ 25, si $k_r > 4$
Banda central	100-BP	100-BP	100-BP

Tabla 6-2: Porcentajes de reparto de los momentos de referencia entre las distintas bandas

Se permite una modificación del 10% de los momentos en bandas y entre el negativo y el positivo de un mismo vano siempre que se respeta que los momentos de un vano, en total, suman el momento isostático (condición de equilibrio)

6.2. Método del balasto variable

También podría llamarse Método pseudo-acoplado generalizado, aplicable a casos de losas de geometría regular y retícula de pilares también regular.

El método del BALASTO VARIABLE es un método de análisis válido solamente para losas de cimentación de geometría regular, con cargas en pilares aproximadamente proporcionales a las áreas de influencia y cuya aplicación se condiciona a que se cumplan las siguientes condiciones:

- un mínimo de tres vanos por dirección;

- relación entre dimensiones a (luz) y b (ancho) de un recuadro tal que se verifique:
 $0,5 \leq a/b \leq 2$
- luces sucesivas que no difieran entre sí en más de 1/3 de la mayor;
- la malla de soportes en planta debe ser sensiblemente ortogonal (Los soportes no se desviarán de los vértices teóricos de una malla ortogonal en más del 10 por 100 de la luz correspondiente a la dirección en la que se produce la desviación)

La aplicación del método del balasto variable se realiza en varios pasos:

- Definición del balasto medio de la losa mediante la aplicación de la formulación planteada en esta tesis (cf. §4.7)
- Definición de las zonas de balasto variable de la losa
- Obtención de los balastos de cada zona
- Introducción de la losa en un modelo de cálculo que admita disponer zonas con balasto diferente (prácticamente todos los softwares convencionales lo permiten).

6.2.1. Definición de zonas

Se definen unas bandas en dos direcciones de un ancho según el siguiente criterio

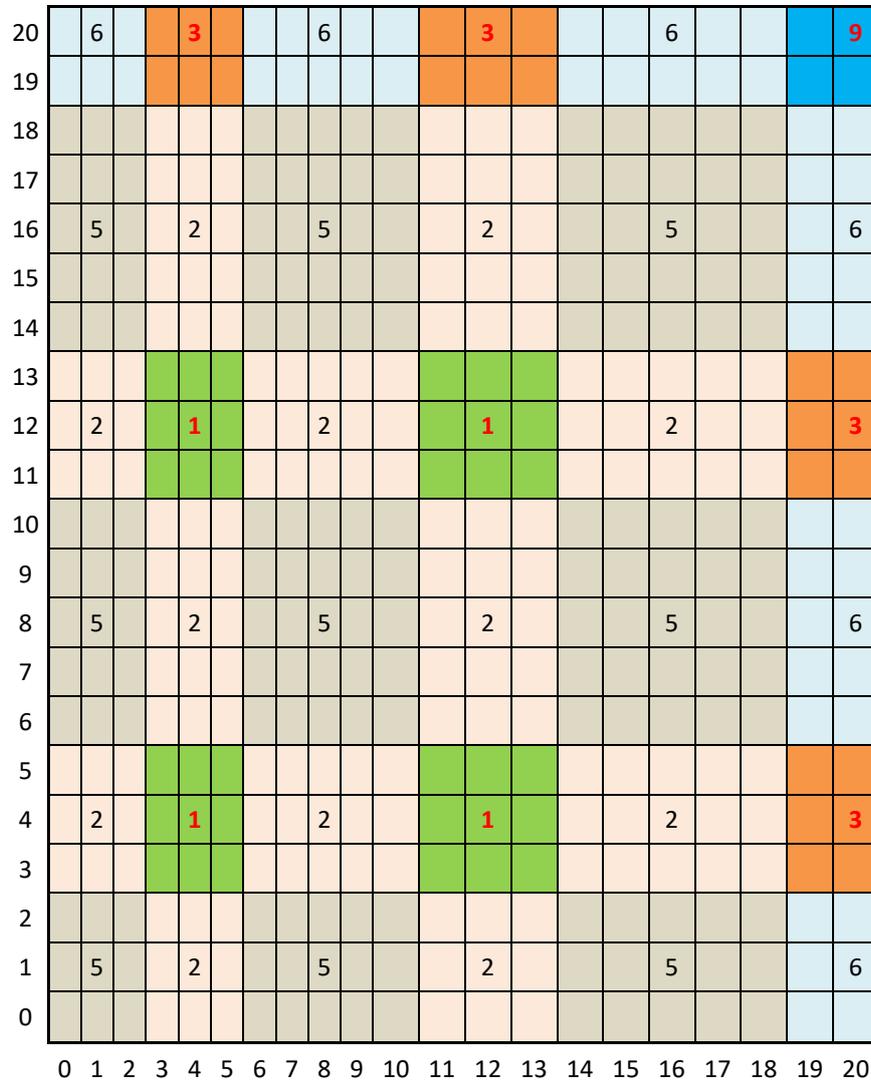


Tabla 6-3: Zonas de balasto diferente

Las zonas de balasto, distinguidas por colores se llaman:

Banda de Pilares (0,25 L)	Zona de PILAR	Zona 1
	Zona de VANO	Zona 2
	EXTREMO	Zona 3
Banda Central (0,75 L)	Zona de VANO	Zona 5
	EXTREMO	Zona 6
ESQUINA		Zona 9

Tabla 6-4: Nomenclatura de las zonas de balasto y dimensiones

6.2.2. Rigidez relativa $k_{r,k}$

La rigidez relativa $k_{r,k}$ que se propone en esta Tesis para el método de balasto variable es diferente de la propuesta para el método de PVMod. y tiene la expresión:

$$k_{r,k} = \frac{E_c E_g}{k L^4} 10^{-6} \quad (84)$$

Donde:

$k_{r,k}$ Rigidez relativa para el método del Balasto variable [kPa/m³]

E_c Módulo de deformación del hormigón [kPa]

E_g Módulo de deformación del suelo [kPa]

k Balasto medio del sistema losa-suelo [kPa/m]

L Luz entre pilares [m]

6.2.3. Balastos de cada zona

Los coeficientes de balasto a introducir bajo cada zona son los indicados en la siguiente tabla:

			AJUSTE	VALOR APROXIMADO
Banda de Pilares	Zona de PILAR	Zona 1	$k = 4 \cdot k_{r,k} + 0,4$	$k = 4 \cdot k_{r,k} + 0,4$
	Zona de VANO	Zona 2	$k = 4 \cdot k_{r,k} + 0,1$	1
	EXTREMO	Zona 3	$k = 5 \cdot k_{r,k} + 1$	$k = 5 \cdot k_{r,k} + 1$
Banda Central (0,75 L)	Zona de VANO	Zona 5	$k = 4 \cdot k_{r,k} - 0,1$	0,8
	EXTREMO	Zona 6	$k = 7,4 \cdot k_{r,k}$	$k = 7,4 \cdot k_{r,k}$
ESQUINA		Zona 9	$k = 6,7 \cdot k_{r,k} + 1,7$	$k = 6,7 \cdot k_{r,k} + 1,7$

Tabla 6-5: Coeficientes multiplicadores del coeficiente de balasto según las zonas

7. CONCLUSIONES Y FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN

El ámbito de esta tesis viene delimitado por las consideraciones realizadas en los análisis:

- Losa de geometría regular, con luces iguales.
- Terreno homogéneo
 - Se ha tomado en consideración (en un estudio anexo) un terreno homogéneo solo en una profundidad igual a la dimensión del elemento y, bajo él un terreno tres veces más rígido.
- La superestructura es una mera transportadora de las cargas, sin rigidez alguna.
- Las cargas en los pilares son proporcionales a la superficie.
- Los análisis realizados son análisis estáticos

En esta Tesis se ha realizado un estudio paramétrico de diferentes tipos de losas de cimentación y suelos.

Se han elegido las características tenso-deformacionales del terreno más usuales y que se conocen con mayor certeza: E , c y ϕ . Esto ha permitido abordar el cálculo no-lineal del comportamiento losa-suelo, fundamental para avanzar en el conocimiento.

Desde el punto de vista del suelo se han variado los valores de las características del terreno c y ϕ para tener en cuenta tanto arenas como arcillas y se han variado los valores de E para trabajar con terrenos blandos y duros.

Se han estudiado los tipos de estructura más común y de dimensiones más representativas:

- Para estudiar el balasto se han estudiado las placas de carga 0,30 m, una muestra de zapatas (3,0 m) y una muestra de losas 30,0 (cotejadas con varios análisis de 15,0 y 60,0 m) y con varios cantos.
- Para estudiar el método de análisis de esfuerzos se ha estudiado una losa de diferente espesores (0,60, 0,80 y 1,0 m), diferentes luces (5,0 y 8,0 m)

Se han hecho dos estudios principales:

1. Estudio del valor del balasto medio para diferentes estructuras y suelos teniendo en cuenta el comportamiento no-lineal (influencia fundamental)
2. Estudio de los esfuerzos de flexión en las losas teniendo en cuenta el comportamiento no-lineal

Los resultados de ambos estudios se resumen a continuación.

7.1. Método simplificado de cálculo del balasto

Existen en la literatura científica numerosas expresiones del balasto en función de numerosas variables. Todas ellas se han obtenido fundamentalmente para placas de carga (30 cm), a partir de algunos resultados experimentales en estructuras pequeñas y sobre todo para suposiciones de comportamiento lineal del terreno.

En esta Tesis se ha pretendido avanzar en tres caminos: elegir unos parámetros de definición del suelo conocidos, certeros y universales; estudiar fundamentalmente las losas de cimentación de dimensiones de decenas de metros, que es donde el método ha tenido su máxima aplicación; y hacer uso de la propiedad más potente y definitiva para el valor del balasto: el comportamiento no-lineal del suelo.

En resumen, el coeficiente de balasto de un cimiento bajo un suelo no-lineal se comporta como se indica en la figura.

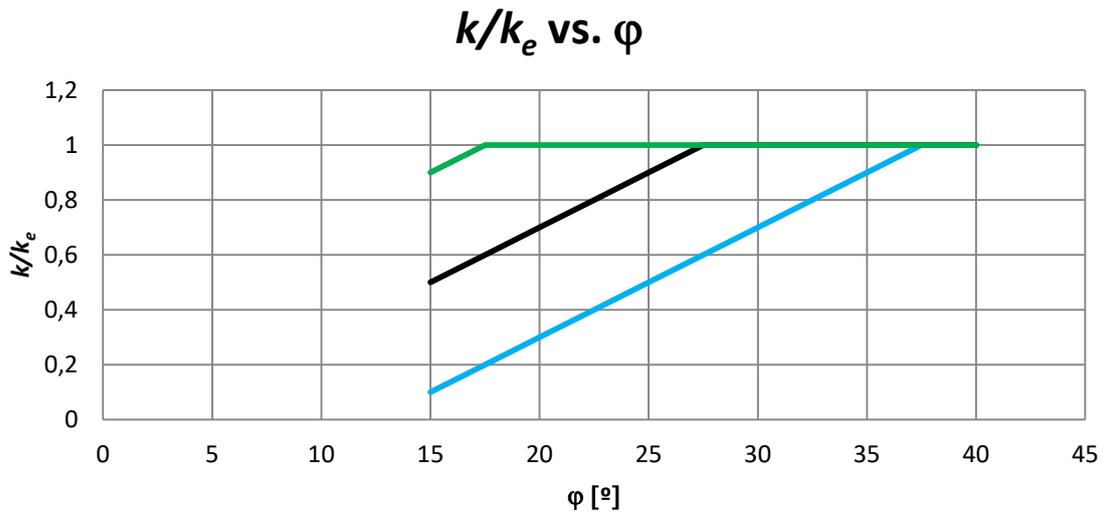


Figura 7-1: Variación del balasto medio en placa, con el ángulo de rozamiento, para diferentes valores de la cohesión.

En §4.7 se expresan las conclusiones del método de obtención del balasto de forma cometa. Como resumen aquí se aportan las expresiones de las familias de rectas que gobiernan el comportamiento en losas sobre terreno homogéneo:

		LOSA
		$\frac{E}{0,7B}$
Terreno homogéneo	K_e	
	$\frac{k}{k_e}$	$\frac{\varphi + \frac{c}{4} - 7,5}{25} \leq 1$

Donde:

k Balasto medio entendido como el cociente entre la tensión media y el asiento medio y teniendo en cuenta los fenómenos no-lineales mecánicos del suelo

k_e Balasto medio considerando el terreno elástico,

φ = ángulo de rozamiento [°]

c = cohesión [kPa]

7.2. Métodos simplificados de análisis

Hasta la fecha existen varios métodos de análisis de esfuerzos en losas de cimentación, de los cuales solo se utilizan de forma extensiva uno, el método de balasto:

- El método del balasto que consiste en introducir en el cálculo por ordenador de la losa un valor de balasto único para toda la losa
- Cuando este método es puesto en duda, o la importancia de la estructura puede hacer pensar al ingeniero estructural que merece la pena un acercamiento más profundo, se introduce un método más general, basado en el módulo de deformación E , bien introduciendo un semiespacio de Boussinesq bien introduciendo la ecuación constitutiva propia de un suelo, del tipo Mohr-Coulomb o Drücker-Prager.

Los métodos simplificados se sospecha (se sabe incluso) que no son buenos, pero son sencillos y se siguen utilizando mucho.

En esta Tesis, a partir de los estudios *patrón* realizados, se concluye proponiendo dos posibles métodos simplificados y sencillos que tienen en cuenta todas las complejidades reales de los suelos, que utilizan únicamente variables geotécnicas conocidas por todos y que permiten conocer los esfuerzos de flexión en la losa de una forma rápida.

Los dos métodos planteados, que se exponen condensados en el apartado 6 son:

- El método [PVMod] de los Pórticos virtuales modificados para Losas de cimentación. En este método se dan directamente los valores de los momentos máximos positivos y negativos de la losa, en Banda de pilares y Banda Central en función de la rigidez relativa losa-suelo. Este método, operativamente es similar al método directo de Pórticos Virtuales propuesto por ACI-318 para losas de piso, pero con otros valores tanto de momentos de referencia como de reparto en bandas.

- El método [BV] del Balasto variable. En este método se plantea el dimensionamiento de la misma forma que hasta ahora, introduciendo un coeficiente de balasto bajo la losa y haciendo el análisis con un software comercial, pero con dos importantes modificaciones:
 - El Balasto medio ha de calcularse con las fórmulas aportadas para tener en cuenta la no-linealidad del terreno
 - Han de disponerse diferentes balastos en la losa según un mapa de zonas aportado, que tiene en cuenta que el balasto es diferente bajo los pilares que en los centros de vano y teniendo en cuenta también que en los extremos de la losa el balasto es mucho mayor.

7.3. Futuras líneas de investigación

A partir de las hipótesis de partida de los estudios realizados en esta Tesis, se pueden generar interesantes extensiones de la investigación que tengan en cuenta:

- El estudio de diferentes geometrías de losa variando la primera luz
- Profundizar en el comportamiento de losas en terrenos conformados por un paquete de profundidad H a partir del cual el terreno es mucho más rígido. Se puede extender el estudio de esta tesis a esta nueva variable H
- La influencia del comportamiento reológico del hormigón.
- Para un mayor conocimiento del fenómeno se considera importante seguir avanzando en la consideración de la rigidez de la superestructura.

Vale.

8. LISTA DE REFERENCIAS

- AASHTO, 2012, *LRFD BRIDGES. Load and resistance factor design*; Design specifications, Chapter 10, Foundations; Ed: American association of state highway and transportation officials.
- ACI Committee 336, 1998. *Suggested Analysis and Design Procedures for Combined Footings and Mats*. American Concrete Institute.
- ACI Committee 318, 2011. *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*. American Concrete Institute.
- Agudelo J.A., ,2015, *Breve resumen del coeficiente de balasto*,estructurando.com, <http://estructurando.net/2015/10/26/breve-resumen-del-coeficiente-de-balasto/>
- Baban, Tharwat M., 2016, *Shallow foundations discussions and problem solving* Ed Wiley Blackwell.
- Bowles, J. E., 2012. *Foundation Analysis and Design*. (5ª ed.). New York, U.S.: Mc Graw-Hill Book Company.
- Brown, P.T., 1975. *Strip footings with concentrated loads on deep elastic foundations*. Geotechnic engineering 6 (1): pp 1-13.
- Calavera, J., 2015. *Cálculo de estructuras de cimentación*. Madrid: Intemac.
- Chapman, T., 1999. *Ground movement The latest in our occasional series on getechnics looks at how ground movements can affect new building*. Architects´journal.
- Coduto, D.P, Yeung, M.R. Kitch, W., 2016. *Foundation Design: Principles and Practices*, 3rd Edition, Ed. Pearson.
- CTE, DB, SE C, 2007. *Seguridad estructural: cimientos* BOE 23/10/2007
- De Miguel, JL, 2011. *Creo que lo tengo, me refiero a lo del balasto*, Notas para los estudiantes del Máster ETSAM

Drucker, D. C. and Prager, W., 1952. *Soil mechanics and plastic analysis for limit design*.

Quarterly of Applied Mathematics, vol. 10, no. 2, pp. 157–165.

EC-2, 2010; *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación*. CEN

EHE, 2008. *Instrucción española de hormigón estructural*, Ministerio de fomento

Franch, J., 201. *Correlaciones Geotécnicas (5) y ensayos "in situ": el SPT y el módulo de deformación*.

<http://www.estudiosgeotecnicos.info/index.php/sptmodulodedeformacioncorrelacion>

Franch, J., 2013. *Deformación y asentos de los suelos (2): elasticidad y plasticidad*.

<http://www.estudiosgeotecnicos.info/index.php/deformacionyasientosdelossuelos1elastidadyplasticidad/>

Filiat, Georges., 1981 *La pratique des sols et foundations*, Ed. du Moniteur, Paris

Freire Tellado, M. J., 1999. *Precisiones para el Empleo del Método del Módulo de Balasto en Edificación*. Informes de la Construcción, 51(463), 23-35.

Galindo, R., 2015. *Recopilación de Hojas Excel para el cálculo del coeficiente de balasto según diversos autores*, Trabajo personal.

Gesto, R., 2017. *Geotecnia y Cimientos*. demecanica.com.

http://www.demecanica.com/Geotecnia/geotecnia.htm#Geo-16/10/05_ExpansividadSuelos

González de Vallejo, L., Ferrer, M., Ortuño, L., Oteo, C., 2002. *Ingeniería geológica*, Prentice hall, Madrid

Gupta, S. C., 1997. *Raft Foundation, Design and Analysis with a Practical Approach*.

New Delhi, India.: NEW AGE INTERNATIONAL (P) LIMITED, PUBLISHERS.

Hetenyi, M., 1946. *Beams on Elastic Foundation*. University of Michigan Press. Ann Arbor, pp. 100-106.

- Horvath, J. S., 2002. *Soil-Structure Interaction Research Project. Basic SSI Concepts and Applications Overview*. New York, U.S.A.: Manhattan College School of Engineering.
- Horvath, J. S., 1984. *New subgrade model applied to mat foundations*, Journal of Geotechnical Engineering, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol.109, No. 12, pp. 1567-1587;
- Horvath, J. S., 1984. *Modulus of subgrade reaction: new perspective*, Journal of Geotechnical Engineering, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol. 109, No. 12, pp. 1591-1596;
- Jimenez Salas, JA et al., 1976. *Geotecnia y cimientos Vol I y II*, Ed. Rueda, Madrid
- Leoni, A. J., 2010. *Apuntes de coeficiente de balasto*. Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Plata . La Plata, Argentina: xxx
- Liao, S. S. C., 1995. *Estimating the coefficient of subgrade reaction for plane strain conditions*, Geotechnical Engineering, published for The Institution of Civil Engineers by Thomas Telford Services Ltd., London, U.K., Vol. 113, No. 3, pp. 166-181.
- López Agüí, J. C., Prieto Rábade, M., 2012. *Análisis de tensiones normales en el Eurocódigo EC2 y en la EHE-08*. Madrid, España.: AENOR (Asociación Española de Normalización y Certificación).
- López Villar, M. J., Guaita Fernández, M., 2000. *Asientos en zapatas corridas. Comparación entre Teorías Clásicas y el Método de los Elementos Finitos*. Informes de la Construcción, 52(467), 5-14.
- Morán, F., García Meseguer, A., Arroyo, J.C., 2007. *Hormigón armado*. Jiménez Montoya, Ed. Gustavo Gili

- Muzás Labad, F., 2002. *Consideraciones sobre la elección de coeficientes de balasto*.
Revista de obras públicas, nov 2002 (nº 3427).
- Muzás Labad, F. 2002. *La Rigidez de las Cimentaciones Superficiales*. Revista de obras
públicas, Marzo 2002 (nº 3419).
- Muzás Labad, F., 2007. *Mecánica del suelo y cimentaciones*, 2 Vol. Ed: Fundación
Escuela de la edificación, Madrid.
- Nieto Leal, A., Camacho Tauta, J. F., Ruiz Blanco, E. F., 2009. *Determinación de
parámetros para los modelos elastoplásticos Mohr-Coulomb y Hardening Soil en
Suelos Arcillosos*. Revista Ingenieros Universidad de Medellín, 8(15), 75-91.
- Pérez Caldentey, A., Arroyo Portero, J. C., Ezeberry Parrota, J., Petersen, M., 2013.
*Proyecto de estructuras de hormigón frente a los efectos de las deformaciones
impuestas*. Monografía 22, ACHE.
- Poulos, H. G., 2000. *Foundation Settlement Analysis- Practice versus Research*, The Eight
Spencer J. Buchanan Lecture. College Station, T.X.: Texas A & m University.
- Del Pozo, J.C., 2016. *Interacción suelo-estructura*, Borrador de Monografía ACHE
- Reese, L., Isenhower, W. and Wang, S., 2006. *Analysis and design of shallow and deep
foundations*. (1ª ed.). Hoboken, N.J.: John Wiley.
- Requena, I., 2007. *Nota acerca de la determinación del Coeficiente de Balasto en
Cimentaciones*. (Elaboración personal).
- Rodríguez Ortiz, J. M., Serra Gesta, J., Oteo Mazo, C., 1989. *Curso aplicado de
Cimentaciones*. (4ª ed.). Ed: COAM
- Romana Gª, Manuel, 1999. *Nota acerca de los módulos de balasto*. Centro comercial
Aldaia. Informe INGEOTEC.
- Romana, M.; Calle, A., 2017. *Geotecnia esencial para estructuras*, Curso online
ingenio.xyz

- Shultze, 1961. *Distribution of stress beneath a rigid foundation*. Proc. 5. ICSMFE Paris, Bd. 1, S. 807
- Shultze, 1961. *The influence of the relative stiffness of a foundation on the contact pressure distribution and on the contact pressure distribution and on the bending moments*, Ind. Ins. of Science Bangalore. Symposium on foundation Engineering A 5.
- SOFiSTiK, 2014. *AQUA, materials and cross sections*, Software version SOFiSTiK 2014, Oberschleissheim, German.
- Terzaghi, K., 1955. *Evaluation of coefficients of subgrade reaction*. Geotechnique, 5(4), 41-50.
- Terzaghi, K. Peck, R; Mesri, G., 1996. *Soil mechanics in engineering practice*. Ed. John Wiley and Sons Ltd; Edición: 3 Rev.
- Tsudik, E, 2006. *Analysis of Beams and Frames on Elastic Foundation*, Ed. Trafford Publishing.
- Vesic, A. B. and W. H. Johnson, 1963. *Model studies of beams resting on a silt subgrade*, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers, New York, N.Y., U.S.A., Vol. 89, No. SM1, pp. 1-31.

